

Name:

Themen: Koordinatengeometrie, Statistik und Analysis

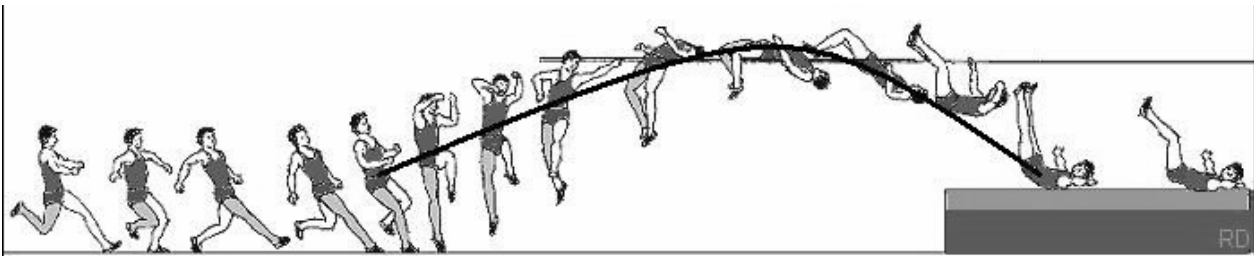
Hinweis: Hinweise: Die mit **TI 84** gekennzeichneten Aufgaben können mit dem grafikfähigen Taschenrechner gelöst werden. Die Ansätze und die Vorgehensweise sind bei allen Aufgaben ausführlich genug so zu beschreiben, dass der Lösungsgang nachvollzogen werden kann.

Erl. Mittel: grafikfähiger, nichtprogrammierbarer Taschenrechner (GTR) TI-84

Arbeitszeit: 2 Unterrichtsstunden

1. Aufgabe: Der Fosbury-Flop **TI 84 (14 Punkte)**

Der amerikanische Leichtathlet RICHARD-DOUGLAS FOSBURY revolutionierte bei den Olympischen Spielen 1968 den Hochsprung mit einer von ihm entwickelten Technik. Der Fosbury-Flop ist eine Art Rückwärtsroller, mit dem man mit dem Rücken in der Luft "liegend", also mit dem Gesicht nach oben, die Sprunglatte überquert. Mit dieser Technik gelang ihm 1968 in Mexico City der Olympiasieg. Dadurch wurde seine Art zu springen in aller Welt bekannt und setzte sich schnell überall durch.



Um diesen Sprung genauer zu untersuchen, betrachten wir im Folgenden anstatt des gesamten Körpers des Leichtathleten nur den Körperschwerpunkt. Dieser Punkt befindet sich bei Fosbury in 1,05 m Höhe. Da der berühmte Fosbury-Sprung von vielen Journalisten fotografiert wurde, konnte aus dem Fotomaterial bestimmt werden, dass es sich bei seiner Flugkurve um eine Parabel handelt, die um den Faktor 1,5 gestreckt ist (in der zum Boden senkrechten Richtung). Außerdem ist bekannt, dass für den Abstand zwischen der Absprungstelle und der Sprunganlage 91 cm gemessen wurden.

a) Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (5 Punkte)

[Hinweis: Verwenden Sie – falls nötig – als zusätzliche Information: Der Körperschwerpunkt befand sich 1 m nach dem Absprungpunkt in einer Höhe von 2,28 m.]

Nur falls Sie keine brauchbare Funktionsgleichung ermitteln können: Verwenden Sie für die folgenden Aufgabenteile hilfsweise $f(x) = -1,05x^2 + 1,9x + 1,5$.

- b) Bestimmen Sie die Sprunghöhe, mit der Fosbury dieser historische Olympiasieg gelang. Nehmen Sie an, dass sich im höchsten Punkt der Flugbahn der Körperschwerpunkt 5 cm über der Sprunglatte befindet. (3 Punkte)
- c) Ermitteln Sie, in welcher Höhe sich sein Körperschwerpunkt befand, als er von der Absprungstelle 0,5 m entfernt war. (1 Punkt)
- d) Bestimmen Sie die Entfernung des Springers (seines Schwerpunktes) von der Absprungstelle, falls er nach seinem Sprung wieder den Boden erreicht hätte. (2 Punkte)
- e) Berücksichtigen Sie nun, dass sich auf dem Boden eine Matte befand, die den Springer auffängt. Die Matte hatte eine Höhe von 0,6 m. Welche Entfernung zur Absprungstelle ergibt sich dann? (3 Punkte)

2. Aufgabe: Einschaltquoten beeinflussen die Werbekosten **TI 84** (16 Punkte)

Ein Werbekunde des privaten Fernsehsenders Glotz TV vermutet einen Zusammenhang zwischen der Einschaltquote (in %) und dem Preis pro Werbeminute (in Tausend Euro). Er vergleicht die veröffentlichten Einschaltquoten mit den Rechnungen für die letzten von ihm gebuchten Werbespots:

Einschaltquote	16	22	25	20	28	22	19	24
Preis pro Werbeminute	8,4	10,2	11,2	10	14	9,6	9	11,6

- Bestimmen Sie die Gleichung der Regressionsgeraden und beurteilen Sie die Güte der Regression. Protokollieren Sie den Lösungsgang. (4 Punkte)
- Die Methode der kleinsten Quadrate zur Bestimmung der Regressionsgeraden: (8 Punkte)
 - Bestimmen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes M für die Gerade.
 - Erläutern Sie kurz die Methode zur Bestimmung der Regressionsgeraden.
 - Fertigen Sie eine realistische Skizze der Regressionsgeraden mit den Datenpunkten P1(16/8,4) und P7(19/9) an.
 - Bestimmen oder berechnen Sie die Kantenlänge dy des Quadrates am Punkt P1 auf zwei Dezimalen genau.
Erläutern Sie die Bedeutung dieses Wertes für den Werbekunden. Beachten Sie, dass die Werbepreise vor der tatsächlichen Ausstrahlung festgelegt werden.
- Bestimmen Sie, wie hoch die Einschaltquote bei einem Preis von 15 Tausend Euro sein müsste. Verwenden Sie hilfsweise $rg(x) = 0,45x + 0,75$. (2 Punkte)
- Nehmen Sie kritisch zum Regressionsmodell Stellung, indem Sie den Preis pro Werbeminute bei extremen Einschaltquoten untersuchen und beurteilen, z. B. bei keinerlei Zuschauern (nächtliche Sendezeit, nicht interessierendes Programm). (2 Punkte)

3. Aufgabe: Abfluss-Vergleich **TI 84** (20 Punkte)

Zwei Abfluss-Systeme S_1 und S_2 für Großküchenspülen sollen verglichen werden. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ beginnt das Abfließen aus zwei Spülbecken. Die verbleibende Wassermenge in den Becken wird in den Systemen durch

$V_1(t) = -3t^2 + 60,75$ und $V_2(t) = 0,75 \cdot (t+3) \cdot (t-4,5) \cdot (t-6)$ (mit t in Minuten) beschrieben.

Begründen Sie Ihre Ergebnisse jeweils auch durch Angabe der betrachteten Funktionseigenschaft. Nutzen Sie den GTR für Proben.

- Weisen Sie nach, dass in beiden Becken zum Zeitpunkt t_0 die gleiche Wassermenge ist. (3 Punkte)
- Ermitteln Sie, in welcher Zeitdauer die Becken jeweils vollständig geleert sind. (3 Punkte)
- Ermitteln Sie für beide Systeme die maximale Ablaufgeschwindigkeit und den Zeitpunkt, zu dem diese erreicht wird. (6 Punkte)

Zur Kontrolle: $V_2(t) = 0,75 \cdot (t^3 - 7,5t^2 - 4,5t + 81)$ und $V_2'(t) = 0,75 \cdot (3t^2 - 15t - 4,5)$

- Berechnen Sie für beide Systeme die durchschnittliche Ablaufgeschwindigkeit über dem gesamten, benötigten Zeitintervall. (4 Punkte)
- Berechnen Sie (ohne GTR) den Zeitpunkt, zu dem die momentane Ablaufgeschwindigkeit in beiden Becken gleich ist. (4 Punkte)



Viel Erfolg bei der Bearbeitung!