

Der Informatikkurs hat in einem Projekt die Häufigkeit des Auftretens von Primzahlen in Centurien (Blöcken von 100 Zahlen) untersucht. In den beiden ersten Centurien (Zahlen 1-200) finden sich sehr viele (nämlich 25 und 21) Primzahlen, in den ersten zwanzig Centurien insgesamt 303 Primzahlen.

Ausschnitt aus der Ergebnisliste: (vgl. <http://lernportal.ziemke-koeln.de/informatik/gk11/java/kryptologie/primfinder2.htm>)

Suche im Zahlenbereich von bis

Primzahlen-Suche:

```
#1 | Anzahl: 25 | Primzahlen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97,
#2 | Anzahl: 21 | Primzahlen: 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199,
#3 | Anzahl: 16 | Primzahlen: 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293,
#4 | Anzahl: 16 | Primzahlen: 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397,
#5 | Anzahl: 17 | Primzahlen: 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499,
```

Die einzelnen Ergebnisse:

| Centurium # | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| abs. Häuf. | 25 | 21 | 16 | 16 | 17 | 14 | 16 | 14 | 15 | 14 |
| Centurium # | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| abs. Häuf. | 16 | 12 | 15 | 11 | 17 | 12 | 15 | 12 | 12 | 13 |

- Bestimmen Sie die durchschnittliche und die mittlere Anzahl Primzahlen in den ersten zwanzig Centurien. Benennen Sie ggf. auch Ausreißer.
 - Berechnen Sie auch die Standardabweichung s als Maß der Streuung um den Mittelwert.
 - (Zusatz) Stellen Sie zum Mittelwert und zur Varianz s^2 jeweils Berechnungsterme auf.
Hinweis: Statt vieler Summanden nur die ersten und letzten drei notieren (z. B. $1+2+4+\dots+12+14+15$).
- Beantworten Sie begründend und kurz z. B. unter Einbeziehung des Boxplots:
 - Was ist die maximale Anzahl an Primzahlen, die in 75% der Centurien auftritt?
 - Welches ist die größte minimale Anzahl Primzahlen in 50% der Centurien?
 - (Zusatz) Welches ist die kleinste maximale Anzahl Primzahlen in 60% der Centurien?
- Für eine Prognose soll die lineare Regression eingesetzt werden.
 - Durch welchen Punkt M wird die Gerade verlaufen? Bestimmen Sie die Koordinaten.
 - Führen Sie die Regression durch. Geben Sie den Term $rg(x)$ der Regressionsgeraden an (Koeffizienten nur mit jeweils zwei Dezimalen!).
 - Beschreiben Sie kurz die zur Regression verwendete Idee der kleinsten Quadrate.
Fertigen Sie dazu für den Datenpunkt P_4 (4/16) und die Gerade eine realistische Skizze an, nachdem Sie Punktwolke und Regressionsgerade am GTR angezeigt haben.
 - Bestimmen oder berechnen Sie die Kantenlänge dy des Quadrates auf zwei Dezimale genau.
- Bestimmen Sie, wie viele Primzahlen vermutlich im 30. Centurium zu erwarten sind.
Protokollieren Sie Ihren Lösungsweg.
 - Bestimmen und begründen Sie, wie gut diese lineare Regression die vorhandenen Daten repräsentiert.
 - Bewerten Sie Ihre Regression kritisch bezüglich der Aussagegüte für große Primzahlen.
- Tatsächlich sind im 30. Centurium genau elf Primzahlen. Weitere Anzahlen:

| Centurium # | 25 | 30 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
|-------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| abs. Häuf. | 10 | 11 | 15 | 9 | 8 | 12 | 11 | 7 |

Wegen der Häufung bei kleinen Primzahlen wird vorgeschlagen, für weitere Prognosen die Anzahlen der ersten beiden Centurien zu ignorieren und obige weitere Anzahlen mit in die lineare Regression einzubeziehen.

- Notieren Sie den Term $rg(x)$ und berechnen Sie den Gütegrad dieser neuen Regression.
Hinweis: Speichern Sie den Regressionsterm als Y_2 für den folgenden Vergleich.
- Vergleichen Sie die Korrelation mit der zuvor ermittelten.
Bewerten Sie das vorgeschlagene Vorgehen unter Einbeziehung Ihrer Berechnungen.
- Erkunden Sie, ob andere Regressionsmodelle hier sinnvoll eingesetzt werden können.
- Formulieren und begründen Sie eine Aussage über die Primzahl-Häufigkeit für große Primzahlen in späteren Centurien. **Hinweis: Ein Primzahl-Finder für die Probe ist hier:**
<http://lernportal.ziemke-koeln.de/informatik/gk11/java/kryptologie/primfinder2.htm>