GK 12 Mathematik GTR-Nutzung OStR M. Ziemke
bei Ober- und Untersummen krummlinig berandeter Flächen

Tastenfolge	**Bedeutung, Ausgabe, etc**
[2nd] [ENTRY] (ggf. auch mehrfach!)	letzte Eingabe zurück in die Eingabezeile
[2nd] [LIST] OPS 5:seq (expression,variable,begin,end,[increment])	Menge von Elementen erzeugen mit seq()
seq (X^2,X,0,10,2)	Liefert {0 , 4 , 16 , 36 , 64, 100}
seq (X^2,X,0,10,2) [STO▸] [2nd] L1	Speichert {0 , 4 , 16 , 36 , 64, 100} in Liste L1
3 [STO▸] [ALPHA] N	Speichern der Zahl 4 in der Variable N
{1,2,3} [×] [ALPHA] N (es ist also nicht nötig: … [×] [2nd] [RCL] [ALPHA] N	Menge mal gespeicherte Zahl; liefert die Produkte {3,6,9}, falls Variable N vom Wert 3 ist
[2nd] [LIST] MATH 5:sum(list,[start],[end])	Summieren der Listenelemente (ab Pos.… bis …)
sum(L1)	Liefert die Summe aller Elemente der Liste L1
sum({2,5,8})	Liefert 15

Hinweis: Meist muss als letztes noch die [ENTER]-Taste gedrückt werden.

Vorüberlegungen:

- Die Anzahl der Zerlegungen sollte in der Variable N gespeichert werden, anfangs mit Wert 2. In Berechnungsformeln wird dieses N verwendet!
- Alle für die Obersumme notwendigen Funktionswerte sollen mittels seq() erzeugt werden.
- Die jeweilige Obersumme ist die Summe einzelner Rechteckflächen, also die Summe einzelner Produkte $a*f(x_i)$, wobei a die jeweils gleiche Breite und $f(x_i)$ die Höhen darstellt. Sie wird mit sum() berechnet.
- Die Untersumme unterscheidet sich um jeweils … von der Obersumme, eine einfache Differenzbildung oder die Nutzung von seq(X^2 , X , 1 , 4-4/N) bzw. sum(list,1,N-1) hilft hier.

Aufgaben:

Zwischen dem Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2$ und der ersten Achse soll die Fläche im I. Quadranten mittels Ober- und Untersummen näherungsweise berechnet werden, die rechts von der Gerade x=4 berandet wird.

Hinweise: Notieren Sie jeweils die Tastenfolge und die Ausgabe. Oft kann die vorige Eingabe durch [2nd] [ENTRY] erneut aufgerufen, der Cursor an die korrekte Stelle geführt und mittels [2nd] [INS] dort etwas eingefügt werden.

a) Berechnen Sie für die Zerlegungen N=2,3,4 die Ober- und dann die Untersumme algebraisch. Wie unterscheidet sich die Untersumme von der jeweiligen Obersumme? Stellen Sie auch jeweils die Abschätzungs-Ungleichung für den tatsächlichen Flächeninhalt A auf.
Kontroll-Lösung zu N=3: $US_3 = 11.85 < A < 33.19 = OS_3$

b) Erzeugen Sie als erste Ausgabe die Funktionswerte (Rechteckhöhen) zu einigen Zerlegungen (N=2,3,4,5) und kontrollieren Sie mit Ihren eigenen Berechnungen (Variable N nutzen!).
Kontroll-Lösung zu N=3: {0 , 1.78 , 7.11 , 16} ; denn z. B. f(4/3) = 16/9 = 1+7/9!

c) Erweitern Sie Ihre Eingabe so, dass nun für N=2,3,4,5 die Produkte (Flächeninhalte der Rechtecke) angezeigt werden ([2nd] [ENTRY] nutzen!).
Kontroll-Lösung zu N=3: {0 , 2.37 , 9.48 , 21.33}

d) Erweitern Sie Ihre Eingabe weiter, so dass nun für N=2,3,4,5 die Summe der Produkte (also die Obersumme) angezeigt wird.
Kontroll-Lösung zu N=3: 33.19

e) Wandeln Sie Ihre Eingabe so, dass nun für N=2,3,4,5 die Untersumme angezeigt wird.
Kontroll-Lösung zu N=3: 33.19

f) Berechnen Sie (**arbeitsteilig!**) für die Zerlegungen N=2,3,4,…,10,20,30,…,100,200,…,1000,… die Ober- und dann die Untersumme mit GTR. Stellen Sie auch jeweils die Abschätzungs-Ungleichung für den tatsächlichen Flächeninhalt A auf; Ziel sollte eine möglichst genaue Schätzung für A sein.
Kontroll-Lösung zu N=30: $US_{30} = 20.28 < A < 22.41 = OS_{30}$