GK 12 M 4 / Ziemke	2. Mathematikklausur im 1. Halbjahr	23. November 2006
	Name:	

Themen:	Ganzrationale Funktionen: Steckbrief, Funktionenschar, Ortskurve, Flächenabschätzung/-inhalt
Erl. Mittel:	Taschenrechner mit Grafikanzeige (z. B. GTR TI-84plus)
Hinweise:	GTR-gekennzeichnete Aufgaben können – ausreichend protokolliert – auch mit GTR bearbeitet werden. Sämtliche Lösungen sind z. B. durch Rechnungen zu begründen.
Arbeitszeit:	2 Unterrichtsstunden

1. Aufgabe: Eine Straße durch die Orte Adorf, Bestadt, Ceweiler und Dehausen wird geplant. In Ceweiler soll die Straßenführung am stärksten kurvig gekrümmt sein, um dort eine Reduzierung der Geschwindigkeit zu gewährleisten.

Ermitteln Sie für den Straßenverlauf die Funktionsgleichung dritten Grades einer Funktion f, die alle Bedingungen erfüllt.
Die aufgestellten Funktionalbedingungen und die resultierenden Gleichungen müssen notiert werden, das Lösen mittels GTR-Matrixfunktion ist erlaubt.
GTR Verwenden Sie A(-0,5 / 18), B(1 / 7,875), C(2,5 / 0), D(4 / 14,625).
Hinweise: Machen Sie mit dem GTR eine Probe!

2. Aufgabe: Die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = (k-x)^2 \cdot (k+x)$ mit $k \in \mathbb{R}$ sei gegeben.

a) Untersuchen Sie f_k bezüglich Nullstellen, y-Achsenabschnitt und Extrempunkten. Denken Sie an nötige Fallunterscheidungen.

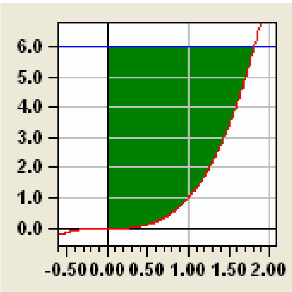
b) Zeigen Sie, dass $f(x) = x^3 - 2,5x^2 - 6,25x + 15,625$ zur Schar gehört. Geben Sie auch k an.

GTR c) Zeichnen Sie die Graphen $G(f_k)$ für k = -1 und k = 2.

d) Weisen Sie nach, dass $W_k\left(\frac{k}{3}; \frac{16}{27}k^3\right)$ die Wendepunkte der Schar sind.

e) Bestimmen Sie die Gleichung der Ortskurve aller Wendepunkte.

3. Aufgabe: Als Term des Flächeninhaltes zwischen dem Graph zu f(x)=x³ und der ersten Achse im



Intervall [0;b] wird $A = \int_0^b f = \frac{b^4}{4}$ vermutet.

a) Bestimmen Sie algebraisch und genau den nebenstehenden Flächeninhalt. Stellen Sie dazu auch einen Berechnungsterm auf.

b) Notieren Sie die Kontrollrechnung unter Einsatz der Integral-Funktionalität des GTR.

4. Aufgabe: Die Fläche zwischen dem Graph der Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2,5x^2 - 6,25x + 15,625$ und der ersten Achse soll über dem Intervall [-2,5 ; 2,5] ermittelt werden.

a) Zeichnen Sie G(f) und farbig die (fünf/drei!) Rechtecke der Ober-/Untersumme für die Zerlegung mit n=5 über diesem Intervall.

GTR b) Ermitteln Sie die Abschätzung mittels Ober- und Untersumme zur Zerlegung n=5. Notieren Sie die Längen g der Rechteckbreite, h_i der Rechteckhöhen und für OS_5 und US_5 zusätzlich die Summenterme. Nutzen Sie die Wertetabelle des GTR.

GTR c) Ermitteln Sie das genaue Maß der Fläche.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!