

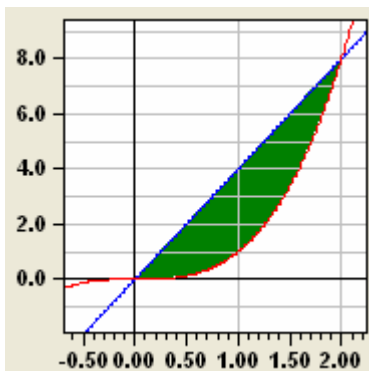
Name: _____

Themen: Ganzrationale Funktionen: Extremwert, Funktionenschar, Ortskurve, Integral, Flächeninhalt
 Erl. Mittel: Taschenrechner mit Grafikanzeige (z. B. GTR TI-84plus)
 Hinweise: GTR-gekennzeichnete Aufgaben können – ausreichend protokolliert – auch mit GTR bearbeitet werden. Sämtliche Lösungen sind - z. B. durch Rechnungen - hinreichend zu begründen.
 Arbeitszeit: 2 Unterrichtsstunden

1. Aufgabe: Der Parabel zu $f(x) = -2 \cdot (x-4) \cdot (x+4)$ soll ein größtmögliches Rechteck so eingeschrieben werden, dass eine Rechteckseite auf der ersten Achse liegt.
- a) Zeichnen Sie den Graph und eine Rechtecklösung in ein Koordinatensystem.
 b) Zeigen Sie, dass die Zielfunktion die Gleichung $A(x) = -4x \cdot (x^2 - 16)$ hat. Geben Sie deren Definitionsbereich an.
GTR c) Ermitteln Sie mit dem GTR Lage und Maß des Ziel-Maximums und notieren Sie die Ergebnisse ohne ausführliche Rechnung und hinreichende Prüfung.
 d) Geben Sie die Maße (g, h, A_{\max}) des gesuchten Rechteckes an.

2. Aufgabe: Die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = (k-x) \cdot (k+x)^2$ mit $k \in \mathbb{R}$ sei gegeben.
- a) Untersuchen Sie f_k bezüglich Nullstellen, y-Achsenabschnitt und Extrempunkten. Denken Sie an nötige Fallunterscheidungen. Zur Kontrolle: $f'(x) = -3x^2 - 2kx + k^2$
 b) Zeigen Sie, dass $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 4x + 8$ zur Schar gehört. Geben Sie auch k an.
GTR c) Zeichnen Sie die Graphen $G(f_k)$ für $k = -1$ und $k = 2$.
 d) Weisen Sie nach, dass $W_k \left(-\frac{k}{3}; \frac{16}{27}k^3 \right)$ die Wendepunkte der Schar sind.
 e) Bestimmen Sie die Gleichung der Ortskurve aller Wendepunkte.

3. Aufgabe: Als Term des Flächeninhaltes zwischen dem Graph zu $f(x)=x^3$ und der ersten Achse im



Intervall $[0;b]$ gilt $A = \int_0^b f = \frac{b^4}{4}$. Der Graph der Funktion wird nun wie links abgebildet von einer Geraden geschnitten.

- a) Geben Sie die Gleichung der Geraden g an.
 b) Bestimmen Sie algebraisch und genau den nebenstehend schwarz markierten Flächeninhalt. Stellen Sie dazu auch einen Berechnungsterm auf.
GTR c) Notieren Sie die Kontrollrechnung unter Einsatz der Integral-Funktionalität des GTR. Stellen Sie hierzu auch eine Differenz auf.

4. Aufgabe: Gegeben sei $\int_2^5 (-2x+5) dx$.

- a) Berechnen Sie den Wert des Integrals. Zerlegen Sie es dazu in Teilintegrale und formen Sie diese weiter um in Grundintegrale - wenden Sie also Summen- und Faktorregel an. Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis anschließend protokolliert mit dem GTR.
 b) Zeichnen Sie den Randfunktionsgraph $G(f)$ zu $f(x) = -2x + 5$ in ein Koordinatensystem und markieren Sie die beiden Teilflächen zwischen Graph und erster Achse im Bereich $2 \leq x \leq 5$ farbig. Berechnen Sie nun das Maß der Gesamtfläche.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!