GK 13 M 1 / Ziemke	2. Mathematikklausur im 1. Halbjahr	22.12.2004
	Name:	

Themen:	(Kumulierte) Binomialverteilung, Kugel-Fächer-Modell, Alternativtest
Erl. Mittel:	nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Tabellen der kumulierten Binomialverteilung
Arbeitszeit:	Teil I: 1 Unterrichtsstunde; Teil II: 2 Unterrichtsstunden

Teil I der Bearbeitung auf separatem Arbeitsblatt; es folgt Teil II:

1. Aufgabe: Für ihre fünf Enkelkinder bringt Oma gerne Überraschungseier mit. Die Enkel lieben besonders die Bausätze darin, weniger die Einzelfiguren.

a) Im Laden erfährt sie, dass in jedem zehnten Ei ein Bausatz einliegt. Sie kauft also eine Palette mit 7x7=49 Eiern, weil sie annimmt, dann genau $5 \approx \frac{49}{10}$ Überraschungseier mit Bausatz zu erhalten. Wie wahrscheinlich ist dies tatsächlich? Worin besteht ihr Irrtum?

b) Auf der Palettenverpackung garantiert die Herstellerfirma, dass in der Produktion von 4900 Eiern jeweils 490 Bausätze eingearbeitet werden, diese werden aber zufällig auf die hundert Paletten verteilt.

- bl) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, genau fünf Eier mit Bausätzen zu erhalten.
- b2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, genügend Eier mit Bausätzen zu erhalten, damit jedes Enkel mindestens einen Bausatz bekommt.
- b3) Mit wie vielen Paletten ohne garantierte 10%-Quote an Bausätzen (also weniger als fünf Bausatz-Eier) ist in einer Produktionsserie (4900 Eier) zu rechnen? Hinweis: Betrachten Sie das Problem als Kugel-Fächer-Modell und beschreiben Sie begründend, welche/ wie viele Kugeln auf welche/ wie viele Fächer verteilt werden.

c) Bei einer Qualitätsstichprobe stellt der Hersteller fest, dass vier der hundert Paletten einer Produktionsserie kein einziges Bausatz-Ei enthalten. Wie viele Bausätze wurden hier schätzungsweise unter die 4900 Überraschungseier verteilt?

Hinweis: Verwenden Sie **nur hilfsweise** hier als Ansatz: $0{,}98^n = 0{,}04$.

2. Aufgabe: 70% der Erstklässler eines Schulbezirks zeigen bei der Einschulung auffällige Sprachdefizite. Die Schulaufsicht möchte diese Quote durch vorschulische Maßnahmen auf 20% reduzieren. Bisherige Vorschulprogramme zur Erlangung einer höheren Sprachkompetenz waren nur bei 40% der Geförderten erfolgreich. Ein privates Bildungsinstitut wirbt damit, innerhalb eines Vorschuljahres bei den meisten Kindern eine altersgerechte Sprachkompetenz erreichen zu können. 120 Kinder mit Sprachdefiziten werden mit dem privaten Förderprogramm beschult.

IGLU

a) Begründen Sie, weshalb ein hinreichender Erfolg des Trainingsprogramms erst bestätigt wird, wenn nur noch (höchstens) 2/7 dieser geförderten Kinder Defizite zeigen. Legen Sie fest, was Sie im Folgenden als Erfolg betrachten werden. Stellen Sie beide Hypothesen auf und geben Sie jeweils begründet an, welches und wessen (Bildungsinstitut, Schulaufsicht) Interesse die Durchführung des Tests verfolgt.

b) Geben Sie zu beiden Tests (mit 120 Kindern) die Verwerfungsbereiche und Entscheidungsregeln an, bei denen man zu höchstens 10% irrt.
Hinweis: Verwenden Sie im Folgenden - falls notwendig - **hilfsweise** die kritischen Werte k=54 und k=76 (Erfolg: Kind wird kompetent) bzw. k=40 und k=66 (Kind behält Defizit).

c) Beschreiben Sie zum Test der Hypothese 'Förderprogramm ist erfolgreich' den möglichen Fehler 1. und 2. Art. Die Formulierungen müssen vollständig kontextbezogen sein. Geben Sie auch Versuchsausgänge an, bei denen diese Fehler möglicherweise geschehen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art.

d) Die Hypothese 'Förderprogramm ist nur gewöhnlich wirkungsvoll' wird nun in der Gruppe von 120 Geförderten getestet. Es werden bei 40 [in späteren Tests auch 59 und 72] der geförderten Kinder weiterhin Sprachdefizite festgestellt. Verwenden Sie als Erfolg Ihre Festlegung aus a), Ihre Ergebnisse aus b) und geben Sie drei kurze Abschlussgutachten ab.

e) Erläutern Sie, nach welchen der drei obigen Testergebnisse der zweite, alternative Test durchzuführen ist, ob (ggf. mit welcher Festlegung) zu entscheiden ist.

Zusatzaufgabe f) In b) überlappen sich die beiden Verwerfungsbereiche. Für welches k in beiden Tests kann immer eindeutig (und mit möglichst kleiner Irrtumswahrscheinlichkeit) entschieden werden?

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!