

Vergleichsklausur 2008 für die Jahrgangsstufe 11

Termin: 28.05.2008, 3. und 4. Stunde

Reine Arbeitszeit: 90 min

Die Schülerinnen und Schüler müssen drei Aufgaben bearbeiten.

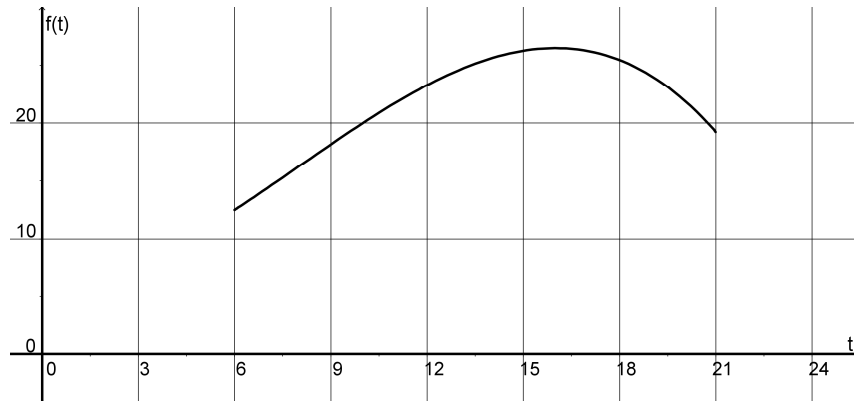
Die 1. Aufgabe und 2. Aufgabe (Analysis) sind verpflichtende Aufgaben für alle Schülerinnen und Schüler.

Zusätzlich muss die Fachlehrerin / der Fachlehrer für ihren / seinen Kurs entweder die 3. Aufgabe (Koordinatengeometrie) oder die 4. Aufgabe (beschreibende Statistik) zur Bearbeitung auswählen.

Aufgabe 1

In modernen Wetterstationen werden rund um die Uhr Daten über die Lufttemperatur (kurz: Temperatur) durch elektronische Messautomaten erfasst.

Für $6 \leq t \leq 21$ stellt der Graph der Funktion f modellhaft den Temperaturverlauf während eines bestimmten Tages in der Zeit von 6.00 Uhr bis 21.00 Uhr dar (siehe Abbildung).



Es gilt:

$$f(t) = -0,01 \cdot t^3 + 0,24 \cdot t^2 + 6 ,$$

wobei t die Uhrzeit in Stunden angibt und $f(t)$ die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$.

- a) Berechnen Sie die Temperatur zu Beginn und am Ende des vorgegebenen Zeitintervalls. Berechnen Sie die Uhrzeit, zu der der Tageshöchstwert erreicht wird, und prüfen Sie, ob es sich um einen Sommertag handelt.

(Sommertag: Tag, an dem die Höchsttemperatur 25°C übertrifft)

- b) Der Wendepunkt W hat die Koordinaten $W(8 | f(8))$. Diese Information kann im Folgenden ohne Nachweis verwendet werden.

Berechnen Sie die Steigung der Wendetangente des Graphen von f . Interpretieren Sie dieses Ergebnis im Sachzusammenhang.

- c) Um 10 Uhr beträgt die Temperatur 20°C .

Ermitteln Sie in der Abbildung auf diesem Arbeitsblatt zeichnerisch näherungsweise den Zeitraum, in dem die Temperatur mindestens 20°C beträgt.

Bei der rechnerischen Ermittlung dieses Zeitraumes führt der Ansatz $f(t) = 20$ zur Gleichung

$$t^3 - 24 \cdot t^2 + 1400 = 0 .$$

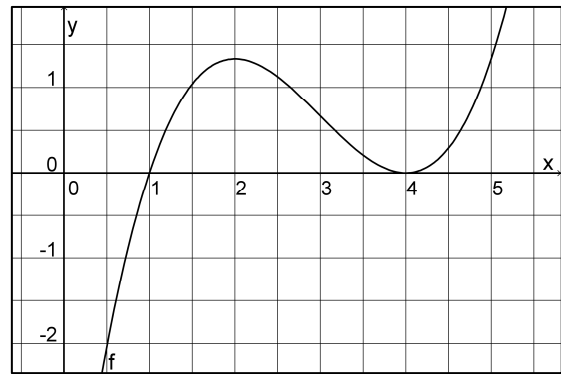
Diese Gleichung muss nicht hergeleitet werden.

Berechnen Sie die exakten Lösungen dieser Gleichung und interpretieren Sie die Ergebnisse im Sachzusammenhang.

Aufgabe 2

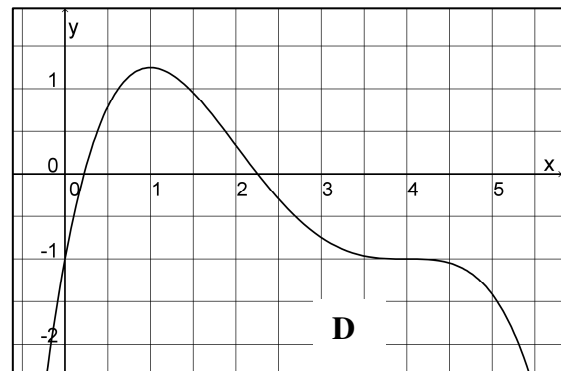
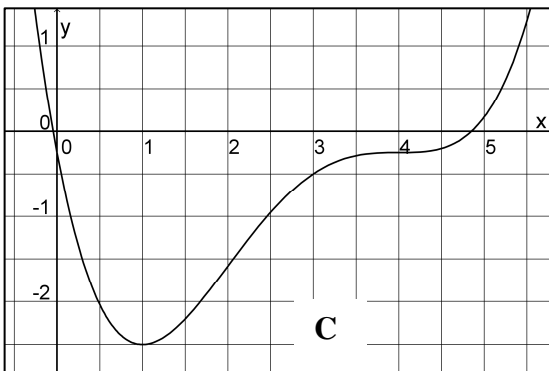
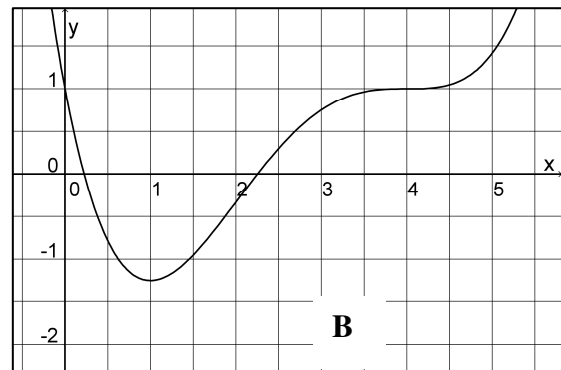
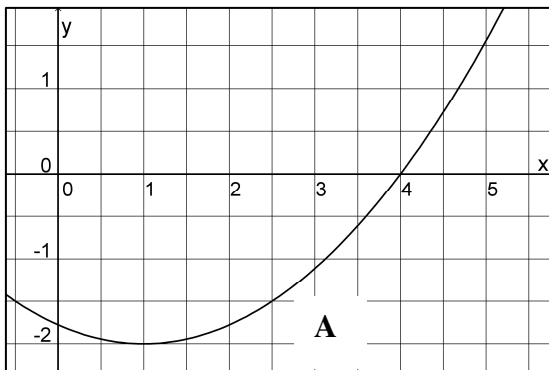
Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - \frac{16}{3}.$$



- a) Weisen Sie rechnerisch nach, dass $E_1 \left(2 \mid \frac{4}{3} \right)$ und $E_2 (4 \mid 0)$ Extrempunkte des Graphen von f sind.
- b) Berechnen Sie den Wendepunkt des Graphen.
- c) Die Funktion f ist die Ableitung einer Funktion F .

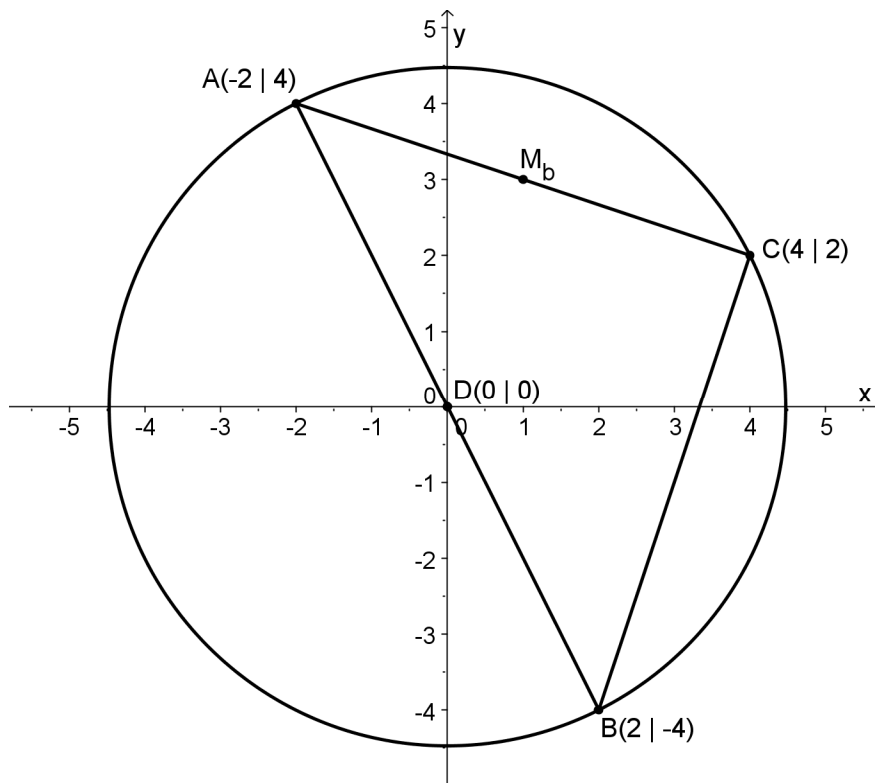
Entscheiden Sie, bei welchen der folgenden Graphen es sich nicht um den Graphen von F handeln kann. Begründen Sie in diesen Fällen, warum es sich nicht um den Graphen von F handeln kann. (Ein Gegenargument reicht jeweils aus.)



- d) Weisen Sie nach, dass $t(x) = \frac{5}{4}x - \frac{16}{3}$ die Gleichung einer Tangente an den Graphen von f ist.

Aufgabe 3

In der Abbildung sehen Sie ein gleichschenkliges Dreieck ABC, das im Folgenden zu untersuchen ist.



- a) Berechnen Sie eine Gleichung des Kreises k_1 mit dem Mittelpunkt D, der durch den Punkt C verläuft.
Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.
- b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Mittelsenkrechten zur Strecke \overline{AC} .
Begründen Sie, dass sich die Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC im Punkt D schneiden.
- c) Der Kreis k_2 verläuft durch die Punkte D, C und M_b .
Bestimmen Sie eine Gleichung des Kreises k_2 .
- d) Bestimmen Sie das Verhältnis der Flächeninhalte von k_1 und k_2 .
Bemerkung: Falls Sie c) nicht lösen konnten, verwenden Sie den Punkt $E(2|1)$ als Mittelpunkt des Kreises k_2 .

Aufgabe 4

Der tägliche Energiebedarf von Tieren und Menschen wird in der Einheit Kilojoule (kJ) gemessen. Er hängt u. a. von der Körpermasse ab.

In dieser Aufgabe soll dieser Zusammenhang näher untersucht werden. Als Grundlage dienen dazu zunächst die Daten aus der Tabelle 1.

Stellt man die Daten aus Tabelle 1 in einem Koordinatensystem dar, so erhält man Abbildung 1.

	Masse in kg	Täglicher Energiebedarf in kJ
Ratte	0,282	118
Hund	6,6	1 204
Schaf	46,4	5 251
Mensch	70	6 912

Tabelle 1

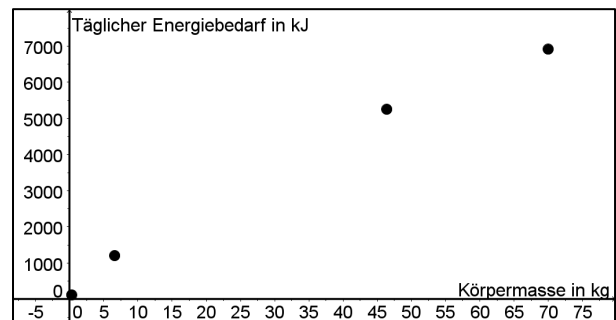


Abbildung 1

- a) Berechnen Sie den Datenswerpunkt für die Daten.

Berechnen Sie eine Gleichung für die Gerade, die durch den Datenswerpunkt und denjenigen Punkt verläuft, der sich aus den Werten des Schafs ergibt.

- b) Ein Tabellenkalkulationsprogramm liefert für die Regressionsgerade des Datensatzes gerundet die Gleichung $y = 97,01 \cdot x + 381,25$.

Zur Bestimmung dieser Geradengleichung wird die Methode der kleinsten Quadrate benutzt.

Beschreiben Sie die Methode der kleinsten Quadrate.

Erläutern Sie anhand einer grafischen Veranschaulichung dieser Methode (auf dem Beiblatt zu Aufgabe 4), dass die Gleichung der Regressionsgeraden den dargestellten Zusammenhang besser beschreibt als die Geradengleichung aus Aufgabenteil a).

Eine konkrete Rechnung ist hier nicht verlangt.

- c) Ermitteln Sie, mit welcher Anzahl Bananen ein 38 kg schwerer Schimpanse seinen täglichen Energiebedarf abdecken kann. Eine mittelgroße Banane liefert ca. 456 kJ.

- d) Der amerikanische Biologe Kleiber untersuchte den dargestellten Zusammenhang bereits 1952. Er kam zu dem Ergebnis, dass sich der tägliche Energiebedarf y (in kJ) aus der Körpermasse x (in kg) näherungsweise mit der Gleichung

$$y = 286 \cdot x^{0,75}$$

	Masse in kg	Täglicher Energiebedarf in kJ
Maus	0,021	15
Katze	3	638
Kuh	600	33 178
Elefant	3 500	125 430

Tabelle 2

berechnen lässt.

Beurteilen Sie mithilfe der Daten aus Tabelle 2, welche der beiden angegebenen Gleichungen (aus den Aufgabenteilen b) bzw. d)) eine zuverlässigere Vorhersage des täglichen Energiebedarfs erlaubt.

Beiblatt zu Aufgabe 4

