Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Vergleichsarbeit Mathematik

Gymnasien, Klasse 8

Schuljahr 2005/2006

8. Mai 2006

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgabenblätter in den Versionen A und B

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeine Hinweise zur Vergleichsarbeit

1. Die Arbeit wird geschrieben am **Montag, 8. Mai 2006**, in der 3. und 4. Unterrichtsstunde.

2. Die reine Arbeitszeit beträgt insgesamt exakt **75 Minuten**, die keinesfalls zu überschreiten sind.

3. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die <u>nicht</u> in der Klasse unterrichtet.

4. Zugelassene Arbeitsmittel: Geodreieck, Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig).

5. Nebeneinander sitzende Schüler erhalten Aufgaben verschiedener Gruppen (A, B).

6. Vor Beginn der Arbeit Hinweis an die Schülerinnen und Schüler, die Aufgaben- und Arbeitsblätter mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

7. Die Aufgabe 1 wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der Aufgaben 2, 3 und 4 ist separates Papier zu verwenden.

8. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

9. Jede Fachlehrkraft einer 8. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber <u>nicht</u> den ihrer eigenen Klasse.

10. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

11. Die Zensurengebung erfolgt nach dem am Ende der Lösungsunterlagen beschriebenen Schema; Tendenzangaben (+/–) können nach eigenem Ermessen gemacht werden, zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne Tendenzangaben) bzw. Punktzahlen zurückzumelden.

12. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz,
Tel. 428 63 33 64, Fax 428 55 324, E-Mail: werner_renz@public.uni-hamburg.de .

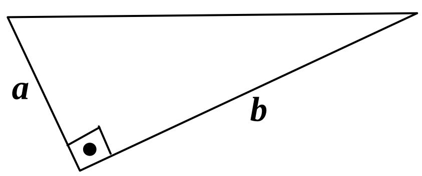
II Aufgaben

II.1 Version A

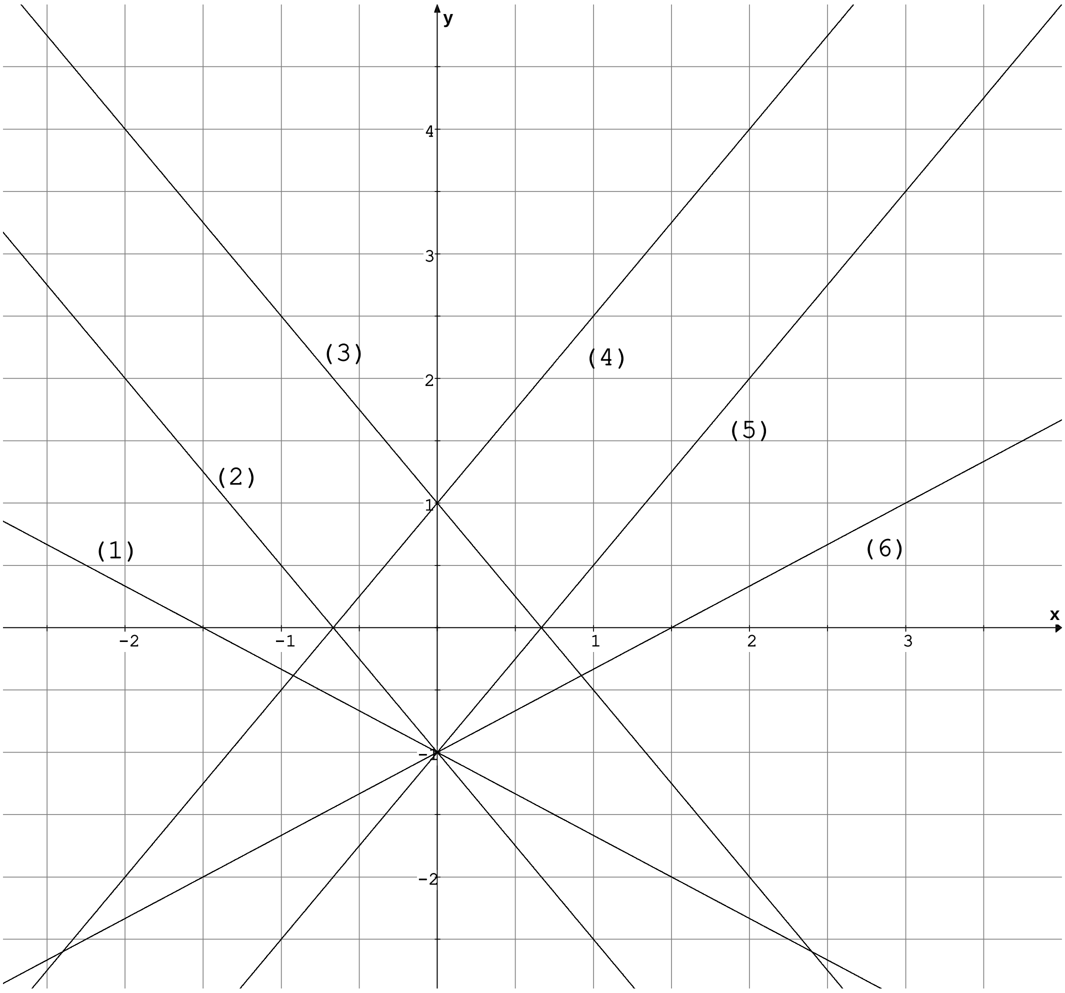
Aufgabe A 1:

Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer **genau eine** richtig. Überlege und kreuze an.
Begründungen werden nicht verlangt. Auch schriftliche Berechnungen sind nicht erforderlich.

(jeweils 2 P. für 1.1 bis 1.5)

	Frage	**Antwortmöglichkeiten**
1.1	Mit ausgefüllten Leerstellen lautet die Gleichung $(4\,a - \_\_\_\_)^2 = 16\,a^2$ ____________ $+ 25\,b^2$	☐ $(4a-5b)^2 = 16a^2 - 20ab + 25b^2$ ☐ $(4a-5b)^2 = 16a^2 + 20ab + 25b^2$ ☐ $(4a-b)^2 = 16a^2 - 8ab + 25b^2$ ☐ $(4a-5b)^2 = 16a^2 - 40ab + 25b^2$ ☐ Die Frage ist nicht eindeutig lösbar.
1.2	Welche der Aussagen stimmt **<u>nicht</u>**? In einem rechtwinkligen Dreieck, bei dem die Seiten *a* und *b* den rechten Winkel einschließen, 	☐ liegt der Mittelpunkt des Umkreises auf dem Mittelpunkt der Hypotenuse. ☐ schneiden sich die Höhen im Inneren des Dreiecks. ☐ ist der Flächeninhalt $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. ☐ können zwei Seiten gleich lang sein. ☐ ist die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite immer die längste.
1.3	John sitzt vor einem Test, in dem zu jeder Frage fünf verschiedene Antwortmöglichkeiten angeboten werden. Von diesen Antworten ist jeweils <u>genau eine</u> richtig. John kommt gut mit dem Test zurecht. Nur bei zwei Aufgabenteilen hat er keine Ahnung und kreuzt einfach eine der fünf Antwortmöglichkeiten an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Antworten richtig geraten sind?	☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{1}{10}$ ☐ $\frac{8}{25}$ ☐ $\frac{1}{25}$ ☐ $\frac{2}{25}$

Lehrermaterialien

	Frage	**Antwort-möglichkeiten**
1.4	Zu welchem der dargestellten Funktionsgraphen (1) bis (6) gehört die Funktionsgleichung $f(x)=\frac{2}{3}x-1$? 	☐ (1) ☐ (2) ☐ (3) ☐ (4) ☐ (5) ☐ (6)
1.5	Bei einem Musikwettstreit sollen vier Bands nacheinander spielen. Wie viele Möglichkeiten der Auftrittsreihenfolge gibt es?	☐ 4 ☐ 12 ☐ 16 ☐ 24 ☐ 256

Aufgabe A 2: Diesel-Pkw oder Benzin-Pkw?

Frau Meyer fährt mit ihrem Diesel-Pkw im Jahr 18 000 km. Die Hälfte davon legt sie im Stadtverkehr zurück, 20 % auf der Landstraße und den Rest auf der Autobahn. In der Stadt verbraucht ihr Auto durchschnittlich 7,5 Liter auf 100 km Strecke, auf der Landstraße durchschnittlich 5,8 Liter und auf der Autobahn durchschnittlich 6,3 Liter.

a) Berechne, wie viele Liter Dieseltreibstoff sie insgesamt in einem Jahr kaufen muss. (3 P.)

b) Bestimme ihren Gesamt-Durchschnittsverbrauch auf 100 km. (2 P.)

Frau Meyer will sich ein neues Auto kaufen. Sie muss sich zwischen einem Auto mit Benzinmotor und einem mit Dieselmotor entscheiden; ihre Jahres-Fahrstrecke bleibt bei 18 000 km.

Der „Benziner" soll 16 500 € kosten. Er verbraucht insgesamt durchschnittlich 8,5 Liter auf 100 km, und ein Liter Benzin kostet 1,27 €.

Der „Diesel" soll 17 800 € kosten. Er verbraucht insgesamt durchschnittlich 6,9 Liter auf 100 km, ein Liter Diesel kostet 1,09 €.

c) Berechne für beide Autos die Treibstoffkosten während eines Jahres. (2 P.)

d) Bestimme die Fahrstrecke, nach der der Mehrpreis des Diesel-Pkw durch dessen geringere Verbrauchskosten aufgehoben ist. (3 P.)

Aufgabe A 3 – Überschwemmung

Großes Pech im Hause Meyer. Im Partykeller (er ist 4,5 m breit und 5,2 m lang) ist ein Ventil geplatzt. Jetzt fließen ca. 8 Liter Wasser pro Minute in diesen Raum. Erst nach 12 Stunden wird der Schaden bemerkt und der Wasserzulauf für das Haus am Haupthahn abgestellt.

a) Berechne, wie viel Liter Wasser in den 12 Stunden in den Partykeller geflossen sind. (2 P.)

b) Da der Raum gut verschlossen ist, fließt kein Wasser nach außen ab. Berechne, wie hoch das Wasser nach den 12 Stunden im Partykeller steht. (Einrichtungsgegenstände im Partykeller bleiben unberücksichtigt.) (3 P.)

c) Beim Öffnen der Tür zum Partykeller fließt das Wasser auch in den Vorkeller, der eine quadratische Grundfläche von 3,3 m Seitenlänge hat. Allerdings liegt der Boden des Vorkellers 5 cm höher als der des Partykellers.
Bestimme, wie hoch das Wasser jetzt im Partykeller und im Vorkeller steht. (Wiederum bleiben Einrichtungsgegenstände unberücksichtigt.) (3 P.)

Aufgabe A 4 – Schulfest

Die Klasse 8 a möchte auf dem Schulfest, dessen Erlös für einen guten Zweck bestimmt ist, an ihrem Stand ein Würfelspiel mit drei normalen, unverfälschten Würfeln anbieten und der Einfachheit halber Geldpreise als Gewinne anbieten. Damit das Spiel für Besucher auch attraktiv ist, soll es lieber wenige größere als viele kleine Preise zu gewinnen geben.

Karsten schlägt vor, für drei Sechsen 10 € auszuzahlen, für andere drei gleiche Augenzahlen 3 €. Der Einsatz, den jeder Spieler zu zahlen hat, bevor er würfeln darf, soll 0,10 € betragen.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man einen der Preise gewinnt. (3 P.)

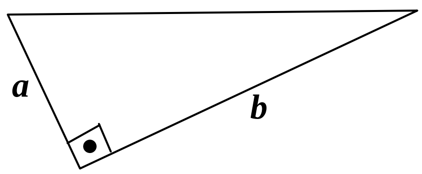
b) Bestimme, ob bei dieser Spielregel zu erwarten ist, dass die 8 a am Ende des Schulfests für den guten Zweck etwas beisteuern kann. (4 P.)

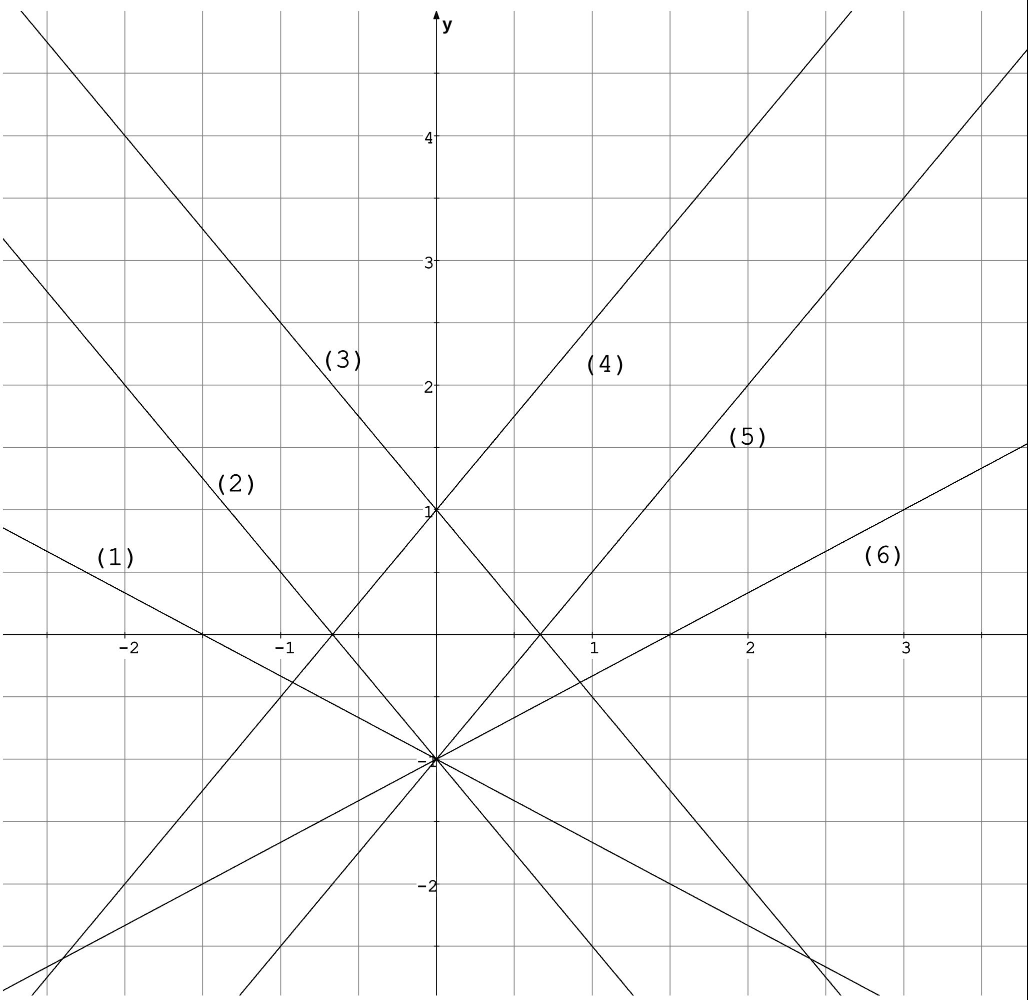
II.2 Version B

Aufgabe B 1:

Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer **genau eine** richtig. Überlege und kreuze an.
Begründungen werden nicht verlangt. Auch schriftliche Berechnungen sind nicht erforderlich.

(jeweils 2 P. für 1.1 bis 1.5)

	Frage	**Antwortmöglichkeiten**
1.1	Mit ausgefüllten Leerstellen lautet die Gleichung $(5x - \_\_\_\_)^2 = 25x^2 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ + 64y^2$	☐ $(5x-8y)^2 = 25x^2 - 40xy + 64y^2$ ☐ $(5x-8y)^2 = 25x^2 + 20xy + 64y^2$ ☐ $(5x-y)^2 = 25x^2 - 10xy + 64y^2$ ☐ $(5x-8y)^2 = 25x^2 - 80xy + 64y^2$ ☐ Die Frage ist nicht eindeutig lösbar.
1.2	Welche der Aussagen stimmt **<u>nicht</u>**? In einem rechtwinkligen Dreieck, bei dem die Seiten *a* und *b* den rechten Winkel einschließen, …  	☐ ist der Flächeninhalt $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. ☐ schneiden sich die Höhen in einer Ecke des Dreiecks. ☐ kann der Umkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks liegen. ☐ liegt kein Punkt des Inkreises außerhalb des Dreiecks. ☐ sind *a* und *b* jeweils immer kürzer als die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite.
1.3	Jenny sitzt vor einem Multiple-Choice-Test, in dem zu jeder Frage sechs verschiedene Möglichkeiten angeboten werden. Von diesen Antworten ist jeweils <u>genau eine</u> richtig. Jenny kommt gut mit dem Test zurecht. Nur bei zwei Aufgabenteilen hat sie keine Ahnung und kreuzt einfach eine der sechs Varianten an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Antworten richtig geraten sind?	☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{10}{36}$ ☐ $\frac{1}{36}$ ☐ $\frac{2}{36}$

	Frage	**Antwort-möglichkeiten**
1.4	Zu welchem der dargestellten Funktionsgraphen (1) bis (6) gehört die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$? 	☐ (1) ☐ (2) ☐ (3) ☐ (4) ☐ (5) ☐ (6)
1.5	Bei einer Musikaufführung wollen vier Bands nacheinander spielen. Wie viele Möglichkeiten der Auftrittsreihenfolge gibt es?	☐ 256 ☐ 24 ☐ 16 ☐ 12 ☐ 4

Aufgabe B 2 – Diesel-Pkw und Benzin-Pkw

Frau Maurer fährt mit ihrem Diesel-Pkw im Jahr 15 000 km. Die Hälfte davon legt sie im Stadtverkehr zurück, 20 % auf der Landstraße und den Rest auf der Autobahn. In der Stadt verbraucht ihr Auto durchschnittlich 7,5 Liter auf 100 km Strecke, auf der Landstraße durchschnittlich 5,8 Liter und auf der Autobahn durchschnittlich 6,3 Liter.

a) Berechne, wie viele Liter Dieseltreibstoff sie insgesamt in einem Jahr kaufen muss. (3 P.)

b) Bestimme ihren Gesamt-Durchschnittsverbrauch auf 100 km. (2 P.)

Frau Maurer will sich ein neues Auto kaufen. Sie muss sich zwischen einem Auto mit Benzinmotor und einem mit Dieselmotor entscheiden; ihre Jahres-Fahrstrecke bleibt bei 15 000 km.
Der „Benziner“ soll 17 500 € kosten. Er verbraucht insgesamt durchschnittlich 8,5 Liter auf 100 km, und ein Liter Benzin kostet 1,27 €.
Der „Diesel“ soll 18 800 € kosten. Er verbraucht insgesamt durchschnittlich 6,9 Liter 100 km, ein Liter Diesel kostet 1,09 €.

c) Berechne für beide Autos die Treibstoffkosten während eines Jahres. (2 P.)

d) Bestimme die Fahrstrecke, nach der der Mehrpreis des Diesel-Pkw durch dessen geringere Verbrauchskosten aufgehoben ist. (3 P.)

Aufgabe B 3 – Überschwemmung

Großes Pech im Hause Maurer. Im Partykeller (er ist 5,2 m lang und 4,5 m breit) ist ein Ventil geplatzt. Jetzt fließen ca. 9 Liter Wasser pro Minute in diesen Raum. Erst nach 10 Stunden wird der Schaden bemerkt und der Wasserzulauf für das Haus am Haupthahn abgestellt.

a) Berechne, wie viele Liter Wasser in den 10 Stunden in den Partykeller geflossen sind.

b) Da der Raum gut verschlossen ist, fließt kein Wasser nach außen ab. Berechne, wie hoch das Wasser nach den 10 Stunden im Partykeller steht? (Einrichtungsgegenstände bleiben unberücksichtigt.)

c) Herr Maurer will sich den Schaden anschauen und öffnet die Tür zum Partykeller. Dadurch fließt das Wasser auch in den Vorkeller, der eine quadratische Grundfläche von 2,8 m Seitenlänge hat. Allerdings liegt der Boden des Vorkellers 6 cm höher als der des Partykellers.
Bestimme, wie hoch das Wasser jetzt im Partykeller und im Vorkeller steht. (Wiederum bleiben Einrichtungsgegenstände unberücksichtigt.)

Aufgabe B 4 – Schulfest

Die Klasse 8 b möchte auf dem Schulfest, dessen Erlös für einen guten Zweck bestimmt ist, an ihrem Stand ein Würfelspiel mit drei normalen, unverfälschten Würfeln anbieten und der Einfachheit halber Geldpreise als Gewinne anbieten. Damit das Spiel für Besucher auch attraktiv ist, soll es lieber wenige größere als viele kleine Preise zu gewinnen geben.
Karsten schlägt vor, für drei Einsen 10 € auszuzahlen, für andere drei gleiche Augenzahlen 5 €. Der Einsatz, den jeder Spieler zu zahlen hat, bevor er würfeln darf, soll 0,20 € betragen.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man einen der Preise gewinnt.

b) Bestimme, ob bei dieser Spielregel zu erwarten ist, dass die 8 b am Ende des Schulfests für den guten Zweck etwas beisteuern kann.

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

III.1 Version A

Allgemein muss festgestellt werden, dass zwar bei allen Aufgaben der Anspruch besteht, von den Schülerinnen und Schülern nicht nur Ergebnisse, sondern auch Begründungen und zusammenhängende Darstellungen zu bekommen, aber Achtklässler sind hier erst auf dem Weg. Die Strenge der Darstellung, wie sie in diesen Lösungsvorschlägen angestrebt wurde, kann so nicht erwartet werden. Von den nachfolgenden Vorschlägen abweichende richtige Lösungswege und originelle Teilgedanken sind durchaus erwünscht.

Erwartungshorizont

Nr	Lösungsskizze	Bewertung
1	*Bei den folgenden Teilaufgaben werden jeweils 2 P. für die richtige Lösung bzw. 0 P. für ein falsch gesetztes Kreuz gegeben. Werden mehrere Kreuze gesetzt, so wird dies ebenfalls mit 0 Punkten bewertet.*	
1.1	☐ $(4a-5b)^2 = 16a^2 - 20ab + 25b^2$ ☐ $(4a-5b)^2 = 16a^2 + 20ab + 25b^2$ ☐ $(4a-b)^2 = 16a^2 - 8ab + 25b^2$ ☒ $(4a-5b)^2 = 16a^2 - 40ab + 25b^2$ ☐ Die Frage ist nicht eindeutig lösbar.	**2 P.**
1.2	☐ liegt der Mittelpunkt des Umkreises auf dem Mittelpunkt der Hypotenuse. ☒ schneiden sich die Höhen im Inneren des Dreiecks. ☐ ist der Flächeninhalt $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. ☐ können zwei Seiten gleich lang sein. ☐ ist die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite immer die längste.	**2 P.**
1.3	☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{1}{10}$ ☐ $\frac{8}{25}$ ☒ $\frac{1}{25}$ ☐ $\frac{2}{25}$	**2 P.**

Nr	Lösungsskizze	Bewertung
1.4	☐ (1) ☐ (2) ☐ (3) ☐ (4) ☐ (5) ☒ (6)	**2 P.**
1.5	☐ 4 ☐ 12 ☐ 16 ☒ 24 ☐ 256	**2 P.**
2.	a) in der Stadt (50 % der Fahrleistung): $0{,}5\cdot\frac{18\,000\cdot 7{,}5}{100}=675$ (Liter) Landstraße (20 % der Fahrleistung): $0{,}2\cdot\frac{18\,000\cdot 5{,}8}{100}=208{,}8$ (Liter) Autobahn (30 % der Fahrleistung): $0{,}3\cdot\frac{18\,000\cdot 6{,}3}{100}=340{,}2$ (Liter) Frau Meyer muss mit einem jährlichen Gesamtverbrauch von etwa 1 224 Litern Diesel rechnen. *In diesem Kontext sind sinnvolle Rundungen (z.B. etwa 1 200 Liter) erlaubt.*	**3 P.**
	b) Mit dem Ergebnis aus a) $\frac{1\,224}{18\,000}=0{,}068$ (Liter pro km), also 6,8 Liter pro 100 km. oder direkt (gewichtetes Mittel): $0{,}5\cdot 7{,}5+0{,}2\cdot 5{,}8+0{,}3\cdot 6{,}3=6{,}8$. Der durchschnittliche Verbrauch beträgt 6,8 Liter je 100 km.	**2 P.**
	c) Treibstoffkosten pro Jahr beim Benzinmotor in €: $18\,000\cdot\frac{8{,}5}{100}\cdot 1{,}27=1\,943{,}10$. Treibstoffkosten pro Jahr beim Dieselmotor in €: $18\,000\cdot\frac{6{,}9}{100}\cdot 1{,}09=1\,353{,}78$.	**2 P.**
	d) Preisdifferenz beim Kauf: $17\,800\text{ €}-16\,500\text{ €}=1\,300\text{ €}$. Differenz bei den Treibstoffkosten pro Jahr: $1\,943{,}10\text{ €}-1\,353{,}78\text{ €}=589{,}32\text{ €}$ Kilometerleistung bis „Gleichstand“: $\frac{1\,300}{589{,}32}\cdot 18\,000=39706{,}78...$ Nach ca. 39 700 km hat sich der „Diesel“ rentiert.	**3 P.**

Nr	Lösungsskizze	Bewertung

<u>Ein anderer Lösungsweg verwendet Gleichungen</u>:

Gesamtkosten für das Benzinauto in Abhängigkeit von der Kilometerleistung *x*:

$K_B(x) = 0{,}085 \cdot 1{,}27 \cdot x + 16\,500$.

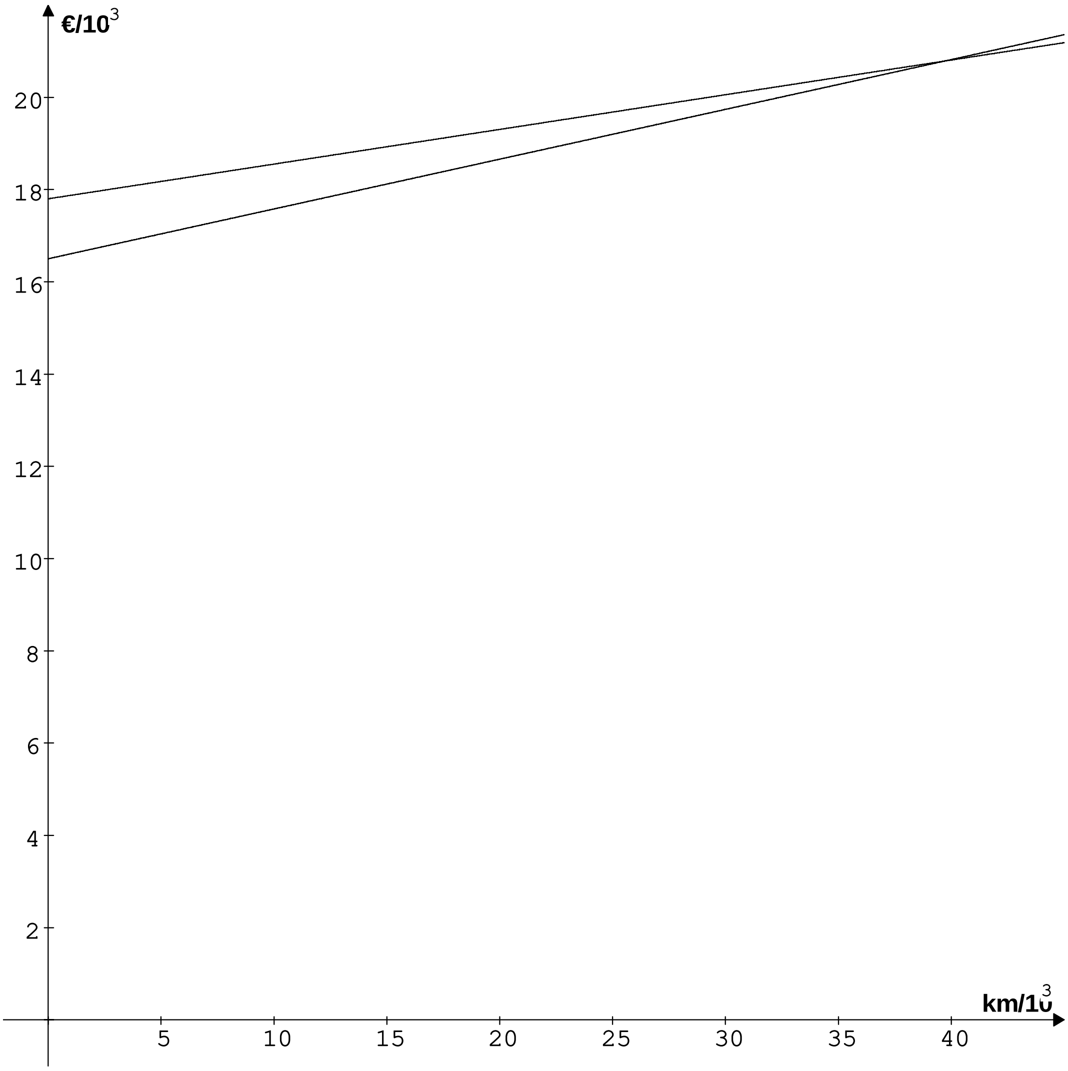
Gesamtkosten für das Dieselauto in Abhängigkeit von der Kilometerleistung *x*:

$K_D(x) = 0{,}069 \cdot 1{,}09 \cdot x + 17\,800$.

Gleichsetzen:

$$0{,}085 \cdot 1{,}27 \cdot x + 16\,500 = 0{,}069 \cdot 1{,}09 \cdot x + 17\,800$$
$$x \cdot \left(0{,}085 \cdot 1{,}27 - 0{,}069 \cdot 1{,}09\right) = 1300$$
$$x = \frac{1300}{0{,}085 \cdot 1{,}27 - 0{,}069 \cdot 1{,}09}$$
$$x = 39706{,}78...$$

Auch eine graphische Lösung wäre möglich.



Nr	Lösungsskizze	Bewertung
3	a) Gesamtmenge des Wassers: $8 \cdot 60 \cdot 12 = 5\,760$. Nach 12 Stunden sind 5 760 Liter Wasser in den Partykeller geflossen.	**2 P.**
	b) Wasserstand im Partykeller: 5 760 Liter sind 5,760 m³. $\frac{5,760}{4,5 \cdot 5,2} = 0{,}246...$ Das Wasser steht nach 12 Stunden ca. 25 cm hoch.	**3 P.**
	c) Wasserstand im Partykeller und im Vorraum: Zu berücksichtigen ist das um 5 cm tiefere Niveau im Partykeller, d. h. $4,5 \cdot 5,2 \cdot 0,05\ \text{m}^3 = 1{,}17\ \text{m}^3$ verbleiben im Partykeller. $5{,}76\ \text{m}^3 - 1{,}17\ \text{m}^3 = 4{,}59\ \text{m}^3$ werden sich auf Party- und Vorkeller verteilen. $\frac{4,59}{4,5 \cdot 5,2 + 3,3^2} = 0{,}133...$ Das Wasser steht im Vorkeller ca. 13 cm hoch, im Partykeller ca. 18 cm.	**3 P.**
4.	a) Einen Preis gewinnt man, wenn man bei allen Würfeln gleiche Augenzahlen erwürfelt hat – also, wenn der zweite und der dritte Würfel die selbe Zahl zeigen wie der erste. Damit gilt $P(\text{drei gleiche Zahlen}) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Oder: $P(\text{drei gleiche Zahlen}) = 6 \cdot \frac{1}{216} = \frac{1}{36}$.	**3 P.**
	b) Hier sind zwei Ereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten zu berücksichtigen: $P(6;6;6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ und $P(\text{drei gleiche Zahlen, aber nicht drei Sechsen}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{216}$.	**2 P.**
	Bei jedem Werfen, also mit der Wahrscheinlichkeit 1, wird eine Einnahme von 0,10 € erzielt. Dann ist der Erwartungswert für den Gewinn $E = 1 \cdot 0{,}10\,€ - \frac{1}{216} \cdot 10\,€ - \frac{5}{216} \cdot 3\,€ \approx -0{,}0157...\,€$. Es wird bei diesem Gewinnplan im Mittel nicht nur <u>kein</u> Gewinn erzielt werden, sondern darüber hinaus ist zu erwarten, dass die Klassenkasse ins Minus abgleitet.	**2 P.**
	Gesamt	**35 P.**

Wertung:

Zensur	1	2	3	4	5	6
Punkte	**35 – 31**	**30 – 26**	**25 – 21**	**20 – 16**	**15 – 8**	**7 – 0**

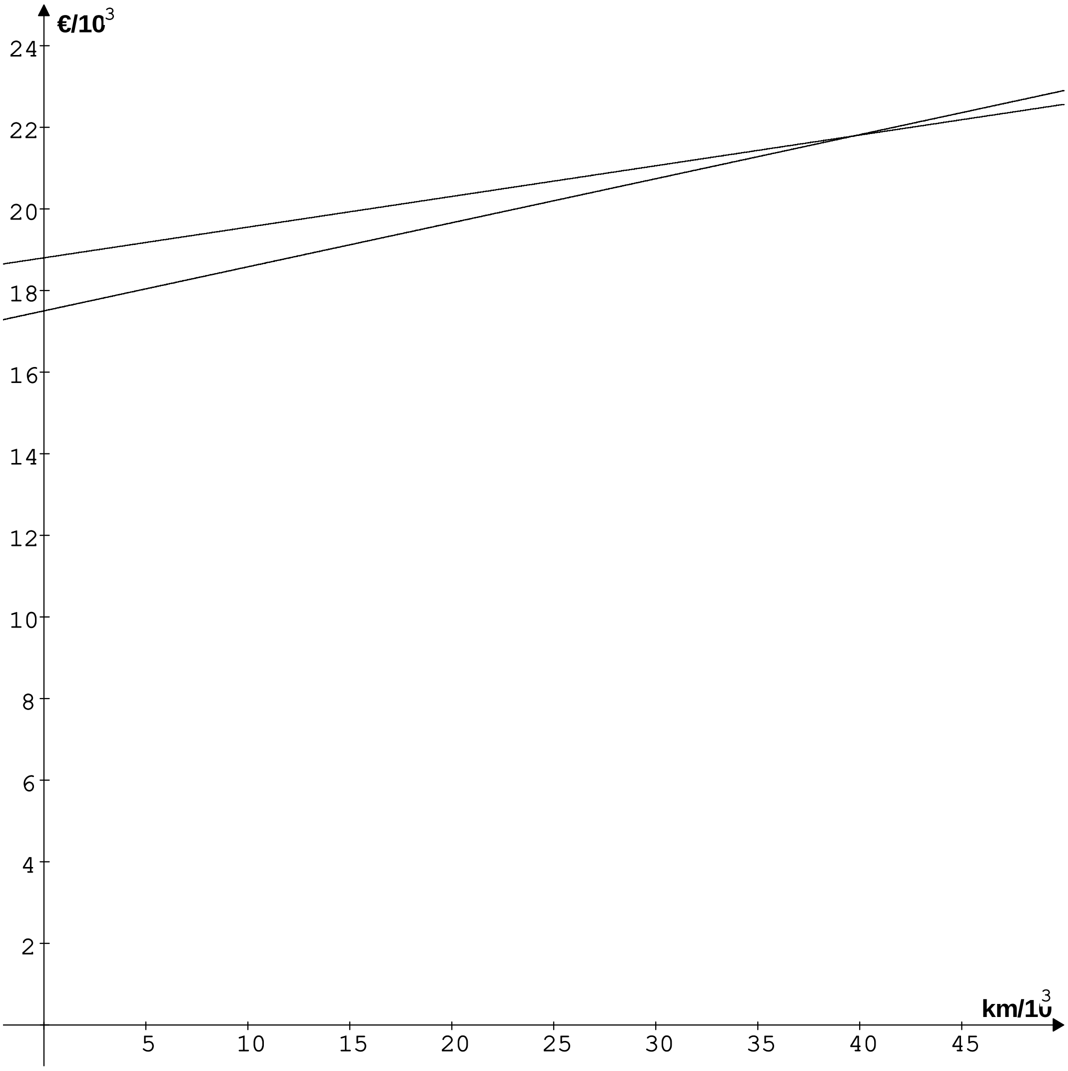
III.2 Version B

Allgemein muss festgestellt werden, dass zwar bei allen Aufgaben der Anspruch besteht, von den Schülerinnen und Schülern nicht nur Ergebnisse, sondern auch Begründungen und zusammenhängende Darstellungen zu bekommen, aber Achtklässler sind hier erst auf dem Weg. Die Strenge der Darstellung, wie sie in diesen Lösungsvorschlägen angestrebt wurde, kann so nicht erwartet werden. Von den nachfolgenden Vorschlägen abweichende richtige Lösungswege und originelle Teilgedanken sind durchaus erwünscht.

Erwartungshorizont

Nr	Lösungsskizze	Bewertung
1	*Bei den folgenden Teilaufgaben werden jeweils 2 P. für die richtige Lösung bzw. 0 P. für ein falsch gesetztes Kreuz gegeben. Werden mehrere Kreuze gesetzt, so wird dies ebenfalls mit 0 Punkten bewertet.*	
1.1	☐ $(5x-8y)^2 = 25x^2 - 40xy + 64y^2$ ☐ $(5x-8y)^2 = 25x^2 + 20xy + 64y^2$ ☐ $(5x-y)^2 = 25x^2 - 10xy + 64y^2$ ☒ $(5x-8y)^2 = 25x^2 - 80xy + 64y^2$ ☐ Die Frage ist nicht eindeutig lösbar.	**2 P.**
1.2	☐ ist der Flächeninhalt $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. ☐ schneiden sich die Höhen in einer Ecke des Dreiecks. ☒ kann der Umkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks liegen. ☐ liegt kein Punkt des Inkreises außerhalb des Dreiecks. ☐ sind *a* und *b* jeweils immer kürzer als die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite.	**2 P.**
1.3	☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{10}{36}$ ☒ $\frac{1}{36}$ ☐ $\frac{2}{36}$	**2 P.**

Nr	Lösungsskizze	Bewertung
1.4	☐ (1) ☐ (2) ☐ (3) ☐ (4) ☒ (5) ☐ (6)	**2 P.**
1.5	☐ 256 ☒ 24 ☐ 16 ☐ 12 ☐ 4	**2 P.**
2.	a) in der Stadt (50 % der Fahrleistung): $0,5\cdot\frac{15\,000\cdot 7,5}{100}=562,5$ (Liter) Landstraße (20 % der Fahrleistung): $0,2\cdot\frac{15\,000\cdot 5,8}{100}=174$ (Liter) Autobahn (30 % der Fahrleistung): $0,3\cdot\frac{15\,000\cdot 6,3}{100}=283,5$ (Liter) Frau Maurer muss mit einem jährlichen Gesamtverbrauch von etwa 1 020 Litern Diesel rechnen. *In diesem Kontext sind sinnvolle Rundungen (z.B. etwa 1 000 Liter) erlaubt.*	**3 P.**
	b) Mit dem Ergebnis aus a) $\frac{1\,020}{15\,000}=0,068$ (Liter pro km), also 6,8 Liter pro 100 km. oder direkt (gewichtetes Mittel): $0,5\cdot 7,5+0,2\cdot 5,8+0,3\cdot 6,3=6,8$. Der durchschnittliche Verbrauch beträgt 6,8 Liter je 100 km.	**2 P.**
	c) Treibstoffkosten pro Jahr beim Benzinmotor in €: $15\,000\cdot\frac{8,5}{100}\cdot 1,27=1\,619,25$. Treibstoffkosten pro Jahr beim Dieselmotor in €: $15\,000\cdot\frac{6,9}{100}\cdot 1,09=1128,15$.	**2 P.**
	d) Preisdifferenz beim Kauf: $18\,800\text{ €}-17\,500\text{ €}=1\,300\text{ €}$. Differenz bei den Treibstoffkosten pro Jahr: $1\,619,25\text{ €}-1128,15\text{ €}=491,10\text{ €}$ Kilometerleistung bis „Gleichstand“: $\frac{1\,300}{491,10}\cdot 15\,000=39706,78...$ Nach ca. 39 700 km hat sich der „Diesel“ rentiert.	**3 P.**

Nr	Lösungsskizze	Bewertung
	Ein anderer Lösungsweg verwendet Gleichungen: Gesamtkosten für das Benzinauto in Abhängigkeit von der Kilometerleistung *x*: $K_B(x) = 0{,}085 \cdot 1{,}27 \cdot x + 17\,500$. Gesamtkosten für das Dieselauto in Abhängigkeit von der Kilometerleistung *x*: $K_D(x) = 0{,}069 \cdot 1{,}09 \cdot x + 18\,800$. Gleichsetzen: $0{,}085 \cdot 1{,}27 \cdot x + 17\,500 = 0{,}069 \cdot 1{,}09 \cdot x + 18\,800$ $x \cdot (0{,}085 \cdot 1{,}27 - 0{,}069 \cdot 1{,}09) = 1300$ $x = \frac{1300}{0{,}085 \cdot 1{,}27 - 0{,}069 \cdot 1{,}09}$ $x = 39706{,}78...$ Auch eine graphische Lösung wäre möglich. 	

Nr	Lösungsskizze	Bewertung
3	a) Gesamtmenge des Wassers: $9 \cdot 60 \cdot 10 = 5\,400$. Nach 9 Stunden sind 5 400 Liter Wasser in den Partykeller geflossen.	**2 P.**
	b) Wasserstand im Partykeller: 5 400 Liter sind 5,400 m³: $\frac{5,400}{4,5 \cdot 5,2} = 0{,}230...$ Das Wasser steht nach 10 Stunden ca. 23 cm hoch.	**3 P.**
	c) Wasserstand im Partykeller und im Vorraum: Zu berücksichtigen ist das um 6 cm tiefere Niveau im Partykeller, d. h. $4,5 \cdot 5,2 \cdot 0,06\ \text{m}^3 = 1,404\ \text{m}^3$ verbleiben im Partykeller. 5,400 m^3 – 1,404 m^3 = 3,996 m^3 werden sich auf Party- und Vorkeller verteilen. $\frac{3,996}{4,5 \cdot 5,2 + 2,8^2} = 0{,}1279...$ Das Wasser steht im Vorkeller ca. 13 cm hoch, im Partykeller ca. 19 cm.	**3 P.**
4.	a) Einen Preis gewinnt man, wenn man bei allen Würfeln gleiche Augenzahlen erwürfelt hat – also, wenn der zweite und der dritte Würfel die selbe Zahl zeigen wie der erste. Damit gilt $P(\text{drei gleiche Zahlen}) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Oder: $P(\text{drei gleiche Zahlen}) = 6 \cdot \frac{1}{216} = \frac{1}{36}$.	**3 P.**
	b) Hier sind zwei Ereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten zu berücksichtigen: $P(1;1;1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ und $P(\text{drei gleiche Zahlen, aber nicht drei Einsen}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{216}$.	**2 P.**
	Bei jedem Werfen, also mit der Wahrscheinlichkeit 1, wird eine Einnahme von 0,10 € erzielt. Dann ist der Erwartungswert für den Gewinn $E = 1 \cdot 0,20\,€ - \frac{1}{216} \cdot 10\,€ - \frac{5}{216} \cdot 5\,€ \approx 0{,}0379...\,€$. Im Mittel wird diesem Gewinnplan Gewinn erzielt werden. Es darf eine durchschnittliche Einnahme von knapp 4 ct pro Spiel erwartet werden.	**2 P.**
	Gesamt	**35 P.**

Wertung:

Zensur	1	2	3	4	5	6
Punkte	**35 – 31**	**30 – 26**	**25 – 21**	**20 – 16**	**15 – 8**	**7 – 0**