

Zuordnungen – Zusammenhänge erkennen und beschreiben

Obstpreis und Obstgewicht, Waldbestand und Sauerstoffproduktion oder der Wechselkurs von Dollar und Euro lassen sich durch Zuordnungen beschreiben – sie hängen jeweils voneinander ab. Hat man einen Zusammenhang erkannt und kann diesen beschreiben, kann man viele weit reichende Fragestellungen in den Griff bekommen.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen .

Zuordnungen

Bei einer Zuordnung gehört zu jeder _____ aus einem ersten Bereich eine Größe aus einem zweiten Bereich. Zuordnungen können dargestellt werden mithilfe von _____, durch Rechenvorschriften (Zuordnungsvorschriften) oder ganz anschaulich mit _____.

Proportionale Zuordnungen

Wird dem 2fachen (3fachen, 4fachen, ...) der ersten Größe das 2fache (3fache, 4fache, ...) der zweiten Größe _____, spricht man von einer _____ Zuordnung. Bei ihr sind die _____ zugeordneter Werte gleich. Der Graph einer proportionalen Zuordnung ist eine _____, die im Punkt (0|0) beginnt.

Antiproportionale Zuordnungen

Bei einer antiproportionalen Zuordnung gehört zu dem 2fachen (3fachen, 4fachen, ...) der ersten Größe die _____ (der 3. Teil, der 4. Teil, ...) der zweiten Größe. Die _____ einander zugeordneter Werte sind gleich. Der Graph ist eine _____.

Man spricht oft auch von einer _____ proportionalen Zuordnung.

Dreisatz

Der Dreisatz ist ein _____, das bei vielen Aufgabenstellungen verwendet wird. Dabei muss unterschieden werden, ob ein _____ oder ein antiproportionaler Zusammenhang vorliegt. Die Grundidee beim Dreisatzrechnen ist, zuerst auf die Einheit zu schließen und dann auf das _____ dieser Einheit.

Proportionaler Zusammenhang: Antiproportionaler Zusammenhang:

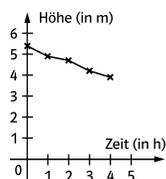
Beispiele

1 Ein Schwimmbad wird von drei Pumpen in 15 Stunden leer gepumpt. Wie lange benötigen fünf Pumpen? 3 Pumpen benötigen zum Entleeren 15 h
1 Pumpe benötigt zum Entleeren $15 \cdot 3 = 45$ h

2 Mark bezahlt für 4 kg Äpfel 6 Euro. Wie viel muss Marlene für 7 kg Äpfel bezahlen? 4 kg Äpfel kosten 6 Euro
1 kg Äpfel kostet 6 Euro : 4 = 1,50 Euro
7 kg Äpfel kosten $7 \cdot 1,50$ Euro = 10,50 Euro

3 Nach einem Hochwasser nimmt der Wasserstand eines Flusses kontinuierlich ab.

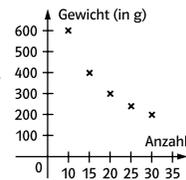
Zeit (in h)	0	1	2	3	4
Höhe (in m)	5,4	4,9	4,7	4,2	3,9



4 Beim Portionieren von 6 kg Nüssen ist die Zuordnung Gewicht einer Portion → Anzahl der Portionen antiproportional.

Anzahl	10	15	20	25	30	40
Gewicht	600	400	300	240	200	150

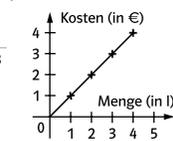
$10 \cdot 600 = 15 \cdot 400 = \dots = 6000$
(Produktgleichheit)



5 Beim Tanken ist die Zuordnung Benzin in l → Kosten in Euro proportional

l	0	1	2	3	4
Euro	0	1,12	2,24	3,36	4,48

$1:1,12 = 2:2,24 = \dots = 0,89$ (Quotientengleichheit)



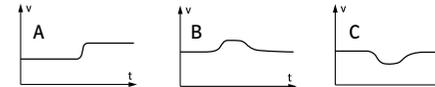
- Graphen L
- Größe W
- Hälfte E
- Halbgerade S
- Hyperbel E
- Produkte G
- proportionaler N
- proportionalen U
- Quotienten M
- Rechenschema U
- Tabellen E
- umgekehrt L
- Vielfache G
- zugeordnet T

Aufgaben – Zuordnungen

1 Ein Auto fährt auf der in der Grafik abgebildeten Straße von A nach B.



Welcher der drei abgebildeten Graphen gehört zur Zuordnung $Zeit t \rightarrow Geschwindigkeit v$.



Graph

2 In den Tabellen sind entweder proportionale oder antiproportionale Zuordnungen dargestellt.

a)	Länge	Preis	b)	Anzahl	Zeit
	12m	48€		15	9h
	8m	32€		3	45h
	24m				27h

c)	Anzahl	Gewicht	d)	Zeit	Gewicht
	88	11kg		4min	100t
	64	8kg		5min	80t
	136			12,5min	

Ordne jeder Tabellenlücke eine der folgenden Zahlen passend zu:

5 32 96 17 21

a) b) c) d)

3 Auf einem Berg wurden zu verschiedenen Zeiten die Schneehöhen gemessen und in eine Tabelle eingetragen.

Uhrzeit	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Schneehöhe (in cm)	7	7	7	12	17	25	28	27	22

a) Zeichne den Graphen der Zuordnung $Zeit \rightarrow Schneehöhe$ in ein Koordinatensystem.
b) Um 12.30 Uhr betrug die Schneehöhe vermutlich cm.

4 Acht Kiwis kosten 2,24 Euro. Fünfzehn Kiwis kosten Euro.

5 Ein Wasserbecken wird von drei gleich großen Wasserrohren in 120 Minuten gefüllt.

a) Beim Einsatz von fünf Rohren dauert es Minuten.

b) Um das Wasserbecken in 90 Minuten zu füllen, benötigt man Rohre.

6 Ergänze die Tabelle und überlege dir für die folgenden proportionalen Zuordnungen jeweils ein passendes Beispiel.

a)	Anzahl	1	2	3	6	10	12
	Preis (€)	2,30					
b)	Zeit (s)	2	4	6	10	20	30
	Weg (m)	50					

7 Der Schall breitet sich im Wasser schneller aus als in der Luft. Im Meereswasser legt der Schall in einer Sekunde eine Strecke von 1500 m zurück. Ein Taucher gibt Klopfsignale. Das Signal kommt nach 0,03 Sekunden oben am Boot an.

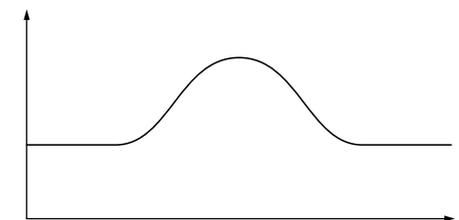
Der Taucher befindet sich in einer Tiefe von m.

8 Ein Langläufer will die 12 km lange Strecke in höchstens 60 Minuten laufen. Nach 5 km schaut er auf seine Uhr. Es sind 24 Minuten seit dem Start vergangen. Schafft er die Strecke in der vorgesehenen Zeit, wenn er mit gleicher Geschwindigkeit weiterläuft?

9 Beim Taxiunternehmen Hauser kostet jeder gefahrene Kilometer 1,90 Euro, bei Blitz-Taxi gibt es eine Grundgebühr von 2,20 Euro und jeder gefahrene Kilometer kostet 1,70 Euro.

Welches Taxi sollten Jana und Leon für die 11 km lange Fahrt nach Hause nehmen?

10 Beschreibe eine Situation, die zu dem folgenden Graphen passt.



Lösungswort: _____

Stochastik – mit Daten und Zufall arbeiten

Manches passiert immer wieder, mit unvorhersagbarem Ausgang. Z.B. fällt ein Frühstücksbrot auf die Marmeladenseite oder ... Solche Missgeschicke können als Zufallsexperimente beschrieben werden, damit man Fragen dazu beantworten kann: Wenn man viele Brote fallen lässt, wie viele fallen auf die Marmeladenseite? Was kann man aus den erhobenen Daten schließen?

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen .

Daten

Daten werden in _____ gesammelt.

Wird die Urliste der Größe nach geordnet, erhält man eine _____ .

Oft verwendet man auch Häufigkeitslisten, in denen _____ angegeben sind.

Die _____ ist der Anteil, den eine absolute Häufigkeit an der Gesamtzahl (am Umfang der Erhebung) hat.

Der Median (_____) liegt in der _____ der Rangliste.

_____ werden oft in _____ dargestellt.

Die Gesamtzahl wird durch den Vollkreis mit 360° dargestellt. Die Größe der Kreisausschnitte ist proportional zu den zugehörigen relativen Häufigkeiten.

Das _____ : $\bar{m} = \frac{\text{Summe aller Ergebniswerte}}{\text{Umfang der Erhebung}}$

Zufall

Ein Zufallsversuch, bei dem alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, wird _____ genannt. Die Wahrscheinlichkeit für eines dieser Ergebnisse ist _____

_____ Anzahl der möglichen Ergebnisse

Liegt kein Laplace-Versuch vor, so benutzt man die relative Häufigkeit eines Ergebnisses als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit. Die _____ ist umso besser, je öfter man den Versuch durchgeführt hat.

Beispiele

1 Farben der Gummibärchen in einer Packung; Umfang der Erhebung: 36; absolute Häufigkeit der Farbe rot: 10

Relative Häufigkeit der Farbe rot:

$$\frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}} = \frac{10}{36} = 0,278 = 27,8\%$$

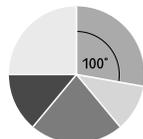
2 Beim Münzwurf sind die beiden möglichen Ergebnisse Wappen und Zahl gleich wahrscheinlich.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis Zahl ist $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$.

3 Farben der Luftballons in einer Packung; Häufigkeitstabelle:

Farbe	rot	blau	grün	gelb	pink
Anzahl	10	9	5	8	4

4 Farbe rot: relative Häufigkeit: $\frac{10}{36} = \frac{100}{360}$. Der entsprechende Kreisausschnitt hat einen Winkel von $\frac{100}{360} \cdot 360^\circ = 100^\circ$



5 Rangliste einer Erhebung: 0; 1; 1; 3; 3; 3; 4; 4; 6

arithmetisches Mittel:

$$\bar{m} = (0 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 6) : 9 = 2,78$$

6 Rangliste einer Erhebung: 0; 1; 1; 3; 3; 3; 4; 4; 6

Median: 3

7 Rangliste eines Würfelspiels, Treffer pro Person: 0; 1; 1; 3; 3; 3; 4; 4; 6

- absolute Häufigkeiten L
- arithmetische Mittel A
- Kreisdiagramme F
- Laplace-Versuch L
- Mitte Z
- Rangliste L
- relative Häufigkeit E
- relative Häufigkeiten U
- Schätzung L
- Urlisten A
- Zentralwert S

Lösungswort: _____

Aufgaben – Stochastik

1 Bestimme für die beiden Listen den Mittelwert und den Median.

1. Liste: 3; 5; 7; 10; 11; 17; 24

Ergebnisse m: Median:

2. Liste 0; 6; 11; 13; 13; 15; 19

Ergebnisse m: Median:

2 In einer neunten Klasse wird nach der Anzahl der Bücher gefragt, die jeder im letzten halben Jahr gelesen hat.

Anzahl der gelesenen Bücher	0	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl der Nennungen	1	3	7	11	0	4	3	1

a) Wie viele Bücher wurden in der Klasse im Durchschnitt (arithmetisches Mittel) gelesen?

2,52 Bücher	<input type="checkbox"/>
3,17 Bücher	<input type="checkbox"/>
5,86 Bücher	<input type="checkbox"/>

b) Der Anteil der Leseratten (5 und mehr Bücher) in der Klasse beträgt %.

3 Ergebnis einer Fahrradprüfung:

Schule	geprüfte Räder	beanstandete Räder
Carl-Diem-GS	56	14
Max-Planck-GS	75	15
Edith-Stein-GS	54	12
Eichendorff-GS	68	17

An welcher Schule ist der Anteil der mangelhaften Fahrräder am höchsten?

4 Weltmeere und ihre Flächen:

Ozean	Fläche
Pazifischer Ozean (Pazifik)	180 Mio. km ²
Atlantischer Ozean (Atlantik)	105 Mio. km ²
Indischer Ozean (Indik)	75 Mio. km ²

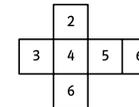
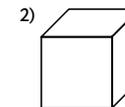
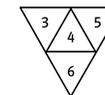
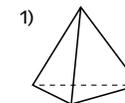
a) Bestimme die Anteile der Ozeane an der gesamten Fläche der Weltmeere.

b) Zeichne ein Kreisdiagramm.

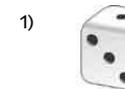
5 Gib zwei mögliche Ergebnisse einer statistischen Erhebung an (Umfang 4 oder größer), deren Mittelwert (arithmetisches Mittel) 7,5 ist.

6 Bei einem Würfelspiel darf man noch einmal würfeln, wenn man eine 6 gewürfelt hat.

a) Welchen „Spielwürfel“ wählst du?
b) Begründe deine Entscheidung?



7 Für die drei abgebildeten „Würfel“ werden die Wahrscheinlichkeiten geschätzt.



	1	2	3	4	5	6
Schätzung A	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{25}$
Schätzung B	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
Schätzung C	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

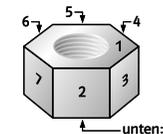
a) Welche Schätzung gehört zu welchem „Würfel“?

A B C

b) Der „Würfel“ 3) wird 450-mal geworfen. Mit welcher absoluten Häufigkeit sind die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils zu erwarten?

8 Elke „würfelt“ mit einer Sechskantmutter Zahlen zwischen 1 und 8.

Gib ohne zu experimentieren zwei Schätzungen für die Wahrscheinlichkeiten der acht möglichen Zahlen an. Worauf achtest du beim Schätzen?



Prozente und Zinsen – Relativ wenig kann viel sein

Der Urlaub war wunderschön, nur jetzt ist das Konto überzogen. Der anfallende Zins ist hoch und es dauert noch einige Tage, bis das neue Gehalt überwiesen wird.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen. Du erhältst ein Lösungswort.

Ordne den Texten die Beispiele zu.

Prozente und Darstellung von Prozenten

p _____ bedeuten $\frac{p}{100}$ $\frac{p}{100} = \frac{\quad}{\quad}$ (Prozentschreibweise)

Alle Prozentangaben lassen sich als _____ schreiben.

Man kann Prozente auf unterschiedliche Weise grafisch darstellen:

Prozentstreifen, _____, _____

Vergleiche mit Prozenten

Teilmengen kann man auf zwei Arten vergleichen. Beim absoluten _____ werden

die Zahlen- oder Größenangaben direkt miteinander verglichen. Beim _____

_____ werden die Anteile miteinander verglichen.

Rechnen mit Prozenten

Prozentsatz p %

Prozentwert W

Grundwert G

$$\frac{p}{100} = \frac{W}{G} \quad \square$$

$$W = \frac{p}{100} \cdot G \quad \square$$

$$G = W \cdot \frac{100}{p} \quad \square$$

Durch Äquivalenzumformungen kann man aus einer Formel die anderen erhalten. Statt den obigen Gleichungen kann man auch den _____ zur Lösung von Prozentaufgaben benutzen.

Zinsrechnung

Zinsrechnung ist Prozentrechnung im Bankwesen mit eigenen _____. Hier spielt die Zeitdauer eine wichtige Rolle.

Prozentrechnung: Grundwert G

Prozentwert W

Prozentsatz p %

Zinsrechnung: _____ K

_____ Z

Zinssatz _____ %

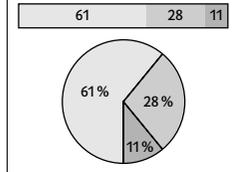
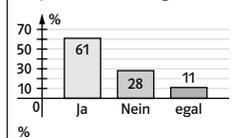
Für eine Zeitspanne unter einem Jahr muss man den Zins für ein Jahr mit dem entsprechenden Zeitfaktor multiplizieren. Üblicherweise geht man von 30 Tagen pro Monat und damit _____ Tagen pro Jahr aus.

Zeitfaktor $t = m / \underline{\quad}$ (m Anzahl Monate) oder $t = d / 360$ (d Anzahl Tage)

Zinsen = Jahreszins · Zeitfaktor = $\frac{\text{Kapital} \cdot \text{Zinssatz}}{100} \cdot \text{Zeitfaktor}$ kurz: $Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot t$

Beispiele

1 Umfrage an der Schule:
61 ja – 28 Nein – 11 egal



2 4 Monate: $t = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
85 Tage: $t = \frac{72}{360} = 0,2$

3 $81\% = \frac{81}{100} = 0,81$
 $7,5\% = \frac{7,5}{100} = \frac{75}{1000} = 0,075$

4 Ein Konto wurde um 640 € überzogen, der Jahreszins beträgt 12,5%. Der Kredit wird nach 23 Tagen bezahlt. Wie teuer ist er?
 $Z = 640 \cdot \frac{12,5}{100} \cdot \frac{23}{360} = 5,11 \text{ €}$
Es sind 5,11 € Zinsen zu zahlen.

8 15% Anzahlung für ein Auto betragen 1800 €. Was kostet es?
 $G = \frac{p \cdot 100}{p} = \frac{1800 \cdot 100}{15} = 12000$. Das Auto kostet 12000 €.

7 23,56 € sind 31% eines Guthabens. Wie hoch ist es?
1. Lösung mit Formel 2. Lösung mit Dreisatz
 $W = 23,56 \text{ €}$, $p\% = 31\%$ 31% sind 23,56 €
 $G = ?$ $G = \frac{W \cdot 100}{p}$ 1% sind $\frac{23,56}{31} \text{ €}$
 $G = \frac{23,56 \text{ €} \cdot 100}{31} = 76 \text{ €}$ 100% sind $\frac{23,56}{31} \cdot 100 \text{ €}$
Das Guthaben beträgt 76 €.

6 Von 800 Schuhen in einem Schuhladen sind 152 Sandalen. Wie groß ist deren Anteil?
 $\frac{p}{100} = \frac{p}{G} = \frac{152}{800} = \frac{19}{100} = 19\%$

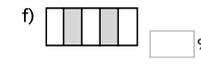
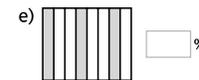
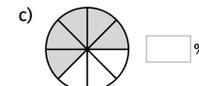
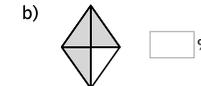
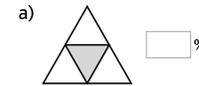
5 Klasse 8a: 14 J und 18 M; Klasse 8b: 13 J und 13 M
Es gibt absolut gesehen mehr Jungen in der 8a (14 > 13), der relative Anteil ist in der 8b höher.
8a: $\frac{14}{32} = 0,4375 \approx 44\%$; 8b: $\frac{13}{26} = \frac{1}{2} = 50\%$

9 17% aller 200 Pakete gingen verloren.
 $W = \frac{17}{100} \cdot 200 = 34$. Das sind 34 Pakete Verlust.

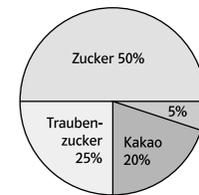
Lösungswort: _____

Aufgaben – Prozente und Zinsen

1



2



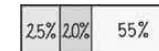
a) Wie groß ist der Mittelpunktswinkel für den Kakaoanteil?

45°	<input type="checkbox"/>
72°	<input type="checkbox"/>
84°	<input type="checkbox"/>
105°	<input type="checkbox"/>

b) Was könnte das Diagramm darstellen?

3 Welche Aufteilung einer Warenlieferung wird durch das Streifendiagramm abgebildet?

60, 72, 165	<input type="checkbox"/>
150, 170, 200	<input type="checkbox"/>
32, 40, 88	<input type="checkbox"/>
28, 40, 90	<input type="checkbox"/>



4 Verwandle in Prozent mit einer Dezimalen und ordne der Größe nach.

$\frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{13}{15}, \frac{2}{3}$ Lösung:

5 Berechne den Grundwert.

a) $P = 68 \text{ t}$; $p\% = 33 \frac{1}{3}\%$ Ergebnis:

b) $P = 84 \text{ €}$; $p\% = 75\%$ Ergebnis:

c) $P = 35 \text{ cm}$; $p\% = 12,5\%$ Ergebnis:

6 Einer Umfrage zufolge mögen 31,2% von 750 befragten Männern und 16,8% von 750 befragten Frauen Fast Food-Produkte als Zwischenmahlzeiten. Wie vielen Personen entspricht dies jeweils?

Männer: Frauen:

7 Frikadellen müssen laut Fleischverordnung mindestens 70% Fleisch enthalten. Wie viel Gramm Frikadellen erhält man aus 525 g Fleisch mindestens?

750 g	<input type="checkbox"/>
960 g	<input type="checkbox"/>
680 g	<input type="checkbox"/>
890 g	<input type="checkbox"/>

8 Korrigiere den Artikel.



Bild, zitiert nach „Der Spiegel“, Nr. 1/1994

9 Nach einer Preiserhöhung um 10% bietet ein Kaufhaus auf alle Waren 10% Preisnachlass. Annedore sagt: „Da hätten sie ja gleich die alten Preise lassen können.“ Hat Annedore recht? Prüfe diese Aussage an einem Beispiel.

10 Berechne die Zinsen von

a) 820 € zu 5% für 9 Monate Ergebnis:

b) 7900 € zu 12% für 258 Tage Ergebnis:

11 a) Welches Kapital bringt in 8 Monaten bei 6% 24 € Zinsen? Ergebnis:

b) Berechne den Zinssatz. 7200 €; 3 Monate; 90 € Zinsen Ergebnis:

c) In wie vielen Tagen ergeben 6000 € bei 8% 48 € Zinsen? Ergebnis:

12 Zwei Banken bieten einen Kredit von 20000 € für ein Jahr zu unterschiedlichen Bedingungen an.
Bank A: 8,5% Zinsen und eine Bearbeitungsgebühr von 400 €.
Bank B: 9% Zinsen und eine Bearbeitungsgebühr von 1,5%.

a) Welches Angebot ist günstiger?

b) Welche Änderung ergibt sich für einen Kredit von 30000 €?

Terme und Gleichungen – Mit dem Unbekannten rechnen

Alles Zauberei? Notiere eine beliebige natürliche Zahl auf einem Zettel und setze dich auf diesen. Addiere diese und die beiden folgenden Zahlen. Sage mir dein Ergebnis und ich sage dir, auf welcher Zahl du sitzt. Um solche Tricks zu verstehen und Probleme des Alltags zu lösen, stellt man Terme und Gleichungen auf.

Basiswissen

Vervollständige den Text mit den nebenstehenden Begriffen (Lösungswort). Ordne den Texten dann die Beispielnummern zu und schreibe sie in die Kästen .

Terme

Terme sind _____, in denen Zahlen, Variablen und Rechenzeichen vorkommen können. Ersetzt man die _____ durch Zahlen, lassen sich _____ berechnen.

Terme umformen

Durch Anwenden von Rechengesetzen kann man einen Term in einen gleichwertigen Term umformen. z.B. Distributivgesetz: $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ und $a \cdot (b-c) = a \cdot b - a \cdot c$

- Im Distributivgesetz werden Klammern aufgelöst. Die umgekehrte Richtung, d.h. Klammern zu setzen und einen Faktor herauszuziehen, nennt man .
- Zwei Summen werden ausmultipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Summe mit jedem Summanden der zweiten Summe .
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
- _____ Terme wie $5x$, $6x$ oder $9x$ lassen sich beim Addieren oder Subtrahieren zusammenfassen. _____ dagegen nicht.
- Treten in einem Produkt oder Quotienten Zahlen und Variablen auf, so werden Zahlen und Variablen getrennt multipliziert bzw. dividiert.
- Die _____ dienen zum Vereinfachen von Termen und werden als Rechenstrategie genutzt. Es gibt drei _____:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 \quad (a+b)(a-b) = \quad \square$$

Gleichungen lösen

Einfache Gleichungen kann man durch systematisches _____ lösen. Meist löst man Gleichungen aber mithilfe von _____.

Äquivalenzumformungen

Eine Umformung einer Gleichung, bei der alle _____ erhalten bleiben und keine neuen Lösungen hinzukommen, heißt Äquivalenzumformung.

Beim Lösen einer Gleichung verwendet man folgende Äquivalenzumformungen:

- Vereinfachen der Terme auf beiden Seiten durch Termumformungen (s.o.)
- Beidseitige Addition oder Subtraktion einer Zahl oder eines Terms
- Beidseitige Multiplikation oder Division mit einer Zahl _____.

Dabei bringt man alle Terme _____ auf eine Seite und alle ohne auf die andere Seite.

Zur Kontrolle des Ergebnisses kann man eine _____ machen. Dazu ersetzt man die Variable mit dem berechneten Ergebnis und überprüft, ob man eine _____ erhält.

Beispiele

$$\begin{aligned} 5 \cdot 7x \cdot 3y &= 21xy \\ 10xy : 2 &= 5xy \\ 56a^2 : (-7) &= -8a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \quad 8x - 5 + 3x &= 27 + x - 2 \\ 11x - 5 &= 25 + x \quad | -x \\ 10x - 5 &= 25 \quad | +5 \\ 10x &= 30 \quad | : 10 \notin 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad 5x + 6x &= 11x \\ 7a^2 + 8a^2 - 10a^2 &= 5a^2 \\ 8x + 5y - 3x + 2y &= 5x + 7y \\ a^2 + 2a &\text{ kann nicht vereinfacht werden} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \quad 8x - 5 + 3x &= 27 + x - 2; \\ x = 3 \text{ einsetzen ergibt:} \\ 8 \cdot 3 - 5 + 3 \cdot 3 &= 27 + 3 - 2 \\ 28 = 28 \text{ ist eine wahre Aussage, also ist das Ergebnis richtig!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad (3a + b)(3a - b) &= 9a^2 - b^2 \\ (4x - 3y)^2 &= 16x^2 - 24xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \quad 7a + 7c &= 7(a + c) \\ 27ab^2 + 18b^2c^2 &= 9b^2 \cdot (3a + 2c^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \quad 3 \cdot (x - 2) \text{ für } x = 5 \\ 3 \cdot (5 - 2) &= 3 \cdot 2 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \quad (7 + x) \cdot (y + 4) &= 7 \cdot y + 7 \cdot 4 + x \cdot y + x \cdot 4 \\ &= 4x + 7y + xy + 28 \end{aligned}$$

$a^2 - b^2$	G
$-2ab$	N
$+2ab$	U
Äquivalenzumformungen	E
binomische Formel	H
binomischen Formeln	C
Faktorisieren	R
gleichartige	A
Lösungen	F
mit Variable	E
multipliziert	R
Probe	K
Probieren	S
Rechenausdrücke	Ü
Termwerte	E
ungleich Null	F
Variablen	B
Verschiedenartige	S
wahre Aussage	T

Aufgaben – Terme und Gleichungen

- 1 a) Berechne den Termwert für $x=2$ und $y=4$:

$$6x + 7y - 11$$

Ergebnis:

- b) Wähle x und y nun so, dass der Termwert -4 ergibt.

Lösung:

- 2 Für welche Einsetzung(en) wird der Wert des Terms $9 \cdot x - 4 \cdot y + 13$ eine Quadratzahl?

$x=2$ und $y=5$	<input type="checkbox"/>
$x=-2$ und $y=1$	<input type="checkbox"/>
$x=7$ und $y=10$	<input type="checkbox"/>
$x=-1$ und $y=0$	<input type="checkbox"/>

- 3 Vereinfache die Terme.

- a) $64a - 75a - 34b - 59b$
- b) $43v - 67w - 55v^2 + 33w$
- c) $(35x - 21y) : 7$
- d) $(-78x - 102y^2) : (-6)$
- e) $\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{5}y \cdot \frac{5}{6}z$

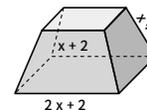
- 4 Klammere einen möglichst großen Faktor aus.

- a) $16ab + 40c$
- b) $9ab^2 + 16a^2b$
- c) $15ax - 21x^2$

- 5 Löse die Klammern auf.

- a) $(3r+s)(2r-s)$
- b) $(4a-5)(4a+5)$
- c) $(10q-2p)^2$
- d) $(7z-5)(5+7z)$

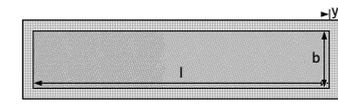
- 6 Gib die Gesamtlänge der Kanten mit einem einfachen Term an.



- 7 Der Umfang der skizzierten Figuren ist gleich. Wie groß ist die Seitenlänge s ?



- 8 a) Um ein rechteckiges Beet mit der Länge l und der Breite b wird ein Weg mit der Breite y angelegt. Gib einen Term für die Wegfläche an.



- b) Welcher Anteil des Weges kann mit 180 Platten ausgelegt werden ($0,5\text{m} \times 0,5\text{m}$), wenn $y=2\text{m}$, $b=20\text{m}$ und $l=65\text{m}$ sind?

50,6% 33,3% 12,6% 66,6%

- 9 Frau Kraus zahlt für einen Mietwagen 40€ Leihgebühr und für jeden gefahrenen Kilometer 0,20€. Als sie den Wagen zurück gibt, muss sie 102€ zahlen.

- a) Wie viele Kilometer ist sie gefahren?
b) Welche Benzinkosten hat sie bei einem Verbrauch von 6,5l pro 100 km gehabt?

- 10 Löse die Gleichungen

- a) $12x - 15 = 33$ b) $0,2(x-3) - 1 = 0,5(x+3) - 18,4$
c) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - (\frac{1}{4} - \frac{1}{6}x)$ d) $(3-x)^2 + 14x - 27 = 23,5 + (x-2)^2$

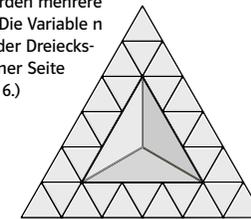
- 11 Wie heißt die Zahl?

- a) Addiert man zum 5fachen einer Zahl 5, so erhält man 70.
b) Subtrahiert man von 100 das Vierfache einer Zahl, so erhält man 32.
c) Multipliziert man eine Zahl mit 8, so erhält man dasselbe wie bei der Addition von dieser Zahl mit 49.

- 12 Ein Weg, der um eine Dreieckspyramide herumführt, soll mit Platten der Form eines gleichseitigen Dreiecks gepflastert werden. Zur Berechnung der Anzahl der benötigten Platten werden mehrere Terme vorgeschlagen. Die Variable n gibt dabei die Anzahl der Dreiecksgrundlinien entlang einer Seite an. (In der Figur ist $n=6$.)

- $3 \cdot (2n-3)$
 $3 \cdot (2n-1) - 3 \cdot 2$
 $4 \cdot (n+2) - 4 \cdot 2$
 $3 \cdot (n-1) + 3n$
 $3 \cdot n + (2n-1) \cdot 3$
 $3 \cdot 2(n-1) - 3 \cdot 1$

- a) Mit welchen der angegebenen Terme kann man die Anzahl der Platten zum Bau des Weges bestimmen? Begründe mit einer Skizze, welche die Termzusammensetzung jeweils erklärt.
b) Bestätige die Äquivalenz der in a) ausgewählten Terme rechnerisch.
c) Die Grundseite der Pyramide beträgt 50m. Wie viele Platten werden für den Weg benötigt, wenn die Kantenlänge der Dreiecksplatten 2m beträgt?



Lösungswort: _____

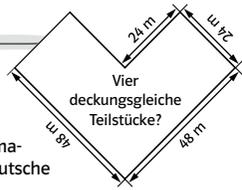
Probleme lösen – mathematische Modelle helfen

Viele Probleme des Alltags können gelöst werden, indem man sie in die „Sprache der Mathematik“ übersetzt und die dabei erhaltenen Terme, Gleichungen, Grafiken, ... mit mathematischen Werkzeugen bearbeitet und löst.

Das Resultat dieser Übersetzung nennt man auch Modell, da das Problem in der Mathematik formuliert bzw. nachgebaut wurde. Wie bei einer Übersetzung vom Englischen ins Deutsche darf sich der Inhalt dabei nicht verändern.

Wenn man Problemstellungen in die „Sprache der Mathematik“ übersetzen will, kann das Schema des Vier-Stufen-Kreislaufes hilfreich sein.

Betrachte ein Beispiel: Tobias geht um 7 Uhr zu seiner Schule, die 2 km entfernt ist. Neun Minuten später fährt sein Vater mit dem Fahrrad hinterher, um Tobias seinen Taschenrechner zu geben, den dieser vergessen hat und für die Mathearbeit benötigt. Tobias geht durchschnittlich 100 Meter pro Minute (entspricht ca. 6 km/h) und sein Vater fährt durchschnittlich 250 Meter pro Minute (ca. 15 km/h). Wie lange braucht sein Vater, um Tobias einzuholen?



1 Verstehen der Aufgabe

1. Was ist gegeben und wesentlich?
2. Was ist unbekannt?

1. – die Schule ist 2 km entfernt
– Tobias geht 100 m pro min
– Tobias geht schon seit 9 min, erst dann fährt sein Vater los
– Tobias' Vater fährt 250 m pro min
2. – die Zeit, die der Vater zum Einholen von Tobias benötigt

übersetzen
Modell suchen

2 Ausdenken eines Plans

1. Führe für die gesuchten Größen Variablen ein.*
2. Stelle aus den Textinformationen Terme und dar aus eine Gleichung/Ungleichung auf.

1. Die Zeit, die der Vater zum Einholen von Tobias benötigt, wird mit t Minuten bezeichnet.
2. Beide haben bis zum Treffpunkt die gleiche Strecke zurückgelegt. Deshalb kann man Terme für diese Strecken aufstellen und gleichsetzen.

$$100 \cdot (9 + t) = 250 \cdot t$$

Weg, den Tobias nach 9 Minuten und t Minuten zurückgelegt hat. Weg, den Tobias' Vater nach t Minuten zurückgelegt hat.

3 Durchführen des Plans

Löse die Gleichung bzw. Ungleichung.

$$\begin{aligned} \text{Lösen durch Äquivalenzumformungen} \\ 100 \cdot (9 + t) &= 250 \cdot t \\ 100 \cdot 9 + 100 \cdot t &= 250 \cdot t \\ 900 + 100 \cdot t &= 250 \cdot t & | - 100t \\ 900 &= 150 \cdot t & | :150 \\ 6 &= t \end{aligned}$$

Übersetzungshilfen:

+	addieren	+	multiplizieren	÷	dividieren
+	hinzufügen	-	abziehen	·	der ... Teil
+	vermehren um	·	vervielfachen	·	die Hälfte
+	um ... vergrößern	·	das ... fache von	·	halbieren
+	...	·	zu je ...	·	...
+	...	·	...	·	...
+	Kennst du auch	·	Formulierungen für „=“, „<“, „>“, „≥“, „≤“?	·	...

4 Rückschau

1. Formuliere einen Antwortsatz.
2. Zurück zur Aufgabe: Ist das Ergebnis sinnvoll?
3. Man kann eine Probe durchführen.

1. Nach 6 min hat der Vater Tobias eingeholt.
2. Das Ergebnis ist realistisch. (Da $1,500 \text{ km} < 2 \text{ km}$, weiß man nun auch, dass der Vater Tobias noch vor der Schule einholt.)
3. $t = 6$ in beide Seiten der Gleichung einsetzen:
 $900 + 100 \cdot 6 = 1500$ und $250 \cdot 6 = 1500$ stimmt!

* Manchmal sind andere Modelle geeigneter:

- geometrische, z. B. Konstruktion
- Skizzen, z. B. Flächen, Formen, Körper
- Zuordnungen und Graphen
- Tabellen

Versuche die obige Grundstücksteilung zu lösen.

Tipp: Probiere es mit einer geometrischen Lösung, d.h. unterteile die Figur zuerst in Quadrate und gehe von dort aus weiter.

Aufgaben – Probleme lösen

1 Ordne passend zu.

Problem: Uwe hat zum Verschmüren eines würfelförmigen Pakets genau 3,5 m grünes Band verwendet. Wie lange sind die Seiten des Würfels, wenn er für die Knoten und Schlaufe 30 cm benötigt hat?

1 Aufgabe verstehen	
2 Ausdenken eines Plans	
3 Durchführen des Plans	
4 Rückschau	

A
a) Seitenlänge des würfelförmigen Pakets beträgt 40 cm.
b) Das Ergebnis ist realistisch.
c) Probe: $8 \cdot 40 + 30 = 350$; stimmt!

B
 $8 \cdot s + 30 = 350 \quad | - 30$
 $8 \cdot s = 320 \quad | : 8$
 $s = 40$

C
– würfelförmiges Paket, d.h. alle Seiten gleich lang.
– Bandlänge gesamt 3,5 m
– davon 30 cm für Knoten und Schleife gesucht: Seitenlänge des Pakets

D
– Seitenlänge nennt man s (in cm)
– benötigte Länge entlang aller Würfelseiten ist dann $8 \cdot s$
– Schlaufen und Knoten sind 30 cm
– Gesamtverbrauch $3,5 \text{ m} = 350 \text{ cm}$
also: $8 \cdot s + 30 = 350$

2 Kreuze jede richtige Übersetzung an.

Problem	Übersetzung
Vier Kilogramm Spezialkleber kosten 280 €. Paul benötigt 350 g. Wie viel muss er zahlen?	$280 : 4000 \cdot 350$
Karl möchte mit Lena in Urlaub fliegen und ein Auto für drei Wochen mieten. Was muss er gleich bezahlen?	2 · Flugkosten + Automiete · 22 Tage
Susis Oma ist genau 11mal so alt wie Susi. In drei Jahren ist Oma 8mal so alt wie Susi dann ist.	$11 \cdot x = y$ $11 \cdot x + 3 = 8 \cdot y + 3$

3 Nun bist du mit der Übersetzung dran. Schreibe zu den Angaben eine passende Frage auf und versuche einen mathematischen Ausdruck zu formulieren, der für die Lösung dieser Frage hilfreich ist.

- Die Eintrittspreise für ein Kino liegen bei 7 €, durchschnittlich besuchen 250 Besucher jeden Tag die Vorstellungen. 20% der Besucher sind Kinder, die nur die Hälfte zahlen. Am Wochenende steigt die Besucherzahl um $\frac{1}{5}$.
- Ein Aktienhändler kauft 20 000 Aktien zu 34 €. Ein Achtel der Aktien kann er nach wenigen Stunden für 45 € verkaufen, die anderen gibt er zur Hälfte an einen Kollegen weiter, der ihm für diese 10 000 Aktien eines anderen Unternehmens zum Tausch angeboten hat. Den Rest verkauft er zu 33 € einige Monate später.

4 Durch ein Waldstück ($1,5 \text{ km} \times 2,5 \text{ km}$) sollen zwei geteerte Wege geführt werden, die sich nur einmal kreuzen. Drei Parkplätze liegen an drei verschiedenen Seiten des Waldgebiets. Sie sollen durch die Wege miteinander verbunden werden. Die Finanzierung von $14 000 \text{ m}^2$ Teerweg ist gesichert. Zeichne das Waldstück in einem geeigneten Maßstab. Plane eine Wegführung und zeichne diese ein. Gib ihre Abmessungen dabei an. Begründe in einem kurzen Text deine Planung.

5 Aus den Zinsen der Nobelstiftung werden jährlich fünf Nobelpreise verliehen. Im letzten Jahr erhielt jeder Preisträger 315 000 €. Schätze wie hoch das Stiftungsvermögen ist.

- Von einem Eisberg ist nur $\frac{1}{10}$ über der Wasseroberfläche zu sehen. Was bedeutet dies für das Gewicht von 1 dm^3 Eis, wenn man annimmt, dass 1 dm^3 Wasser 1 kg wiegt (Tipp: Überlege dir dies anhand eines 1 dm^3 Eiswürfels).
- Welches Volumen hat der unten angesprochene Eisberg etwa? Wie hoch ist der Anteil, der aus dem Wasser ragt?
- Angenommen er würde schmelzen und das Wasser würde gleichmäßig über Nordrhein-Westfalen verteilt werden. Wie hoch stünde das Wasser dann? (Nordrhein-Westfalen hat eine Fläche von $34 082 \text{ km}^2$)
- Ein 4-Personen-Haushalt verbraucht etwa 560 Liter Wasser am Tag. Wie viele Haushalte könnten ein Jahr lang mit dem Schmelzwasser versorgt werden?

