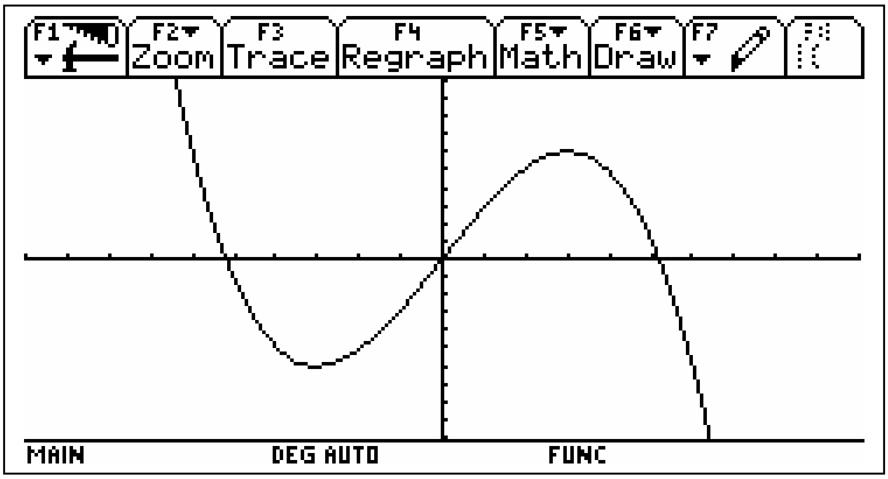
Zeichnung und Flächenberechnung an einer ganzrationalen Funktionenschar

$$\mathbf{f_a(x) = -\frac{1}{3a}x^3 + a\,x \qquad (a > 0)}$$

zu b)



zu c) A $= \int_0^{a\sqrt{3}} \left(-\frac{1}{3a}x^3 + ax\right) dx = -\frac{1}{12a}x^4 + \frac{1}{2}a\,x^2 \Big|_0^{a\sqrt{3}}$

$= -\frac{1}{12a}(a\sqrt{3})^4 + \frac{a}{2}(a\sqrt{3})^2 = -\frac{1}{12a}\cdot 9a^4 + \frac{a}{2}\cdot 3a^2 = -\frac{3}{4}a^3 + \frac{3}{2}a^3 = \frac{3}{4}a^3$

zu d) A $= 6 \Leftrightarrow \frac{3}{4}a^3 = 6 \Leftrightarrow a^3 = 8 \Leftrightarrow a = 2$

Für a = 2 schließt $G(f_2)$ und die x- Achse im 1.Quadranten eine Fläche von 6 FE ein.

zu e) **Berechnung der Schnittstellen** von $G(f_1)$ und der Geraden:

$f_1(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^3 + x = -x \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 = 6 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\sqrt{6} \vee x = \sqrt{6}$

Flächenberechnung:

Da $f_1(x) \geq g(x)$ im $[0; \sqrt{6}]$, gilt:

$A_1 = \int_0^{\sqrt{6}} \left[-\frac{1}{3}x^3 + x - (-x)\right] dx = \int_0^{\sqrt{6}} \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x\right] dx = -\frac{1}{12}x^4 + x^2 \Big|_0^{\sqrt{6}}$

$= -\frac{1}{12}(\sqrt{6})^4 + (\sqrt{6})^2 = -\frac{1}{12}\cdot 36 + 6 = -3 + 6 = 3$